

## Thermodynamik 1 Kapitel 8

### Kapitel 8: Mischungen

- 8.1 Mischungen: Definitionen und Zusammensetzungsmaße
- 8.2 Mischungen idealer Gase, kinetische Gastheorie
  - 8.2.1 Zustandsgrößen von Mischungen idealer Gase
  - 8.2.2 Mindesttrennarbeit für ideale Gase
- 8.3 Reale Mischungen
  - 8.3.1 Exzessgrößen
  - 8.3.2 Ideale Mischungen realer Stoffe
  - 8.3.3 Gibbsche Phasenregel
  - 8.3.4 Phasengleichgewichte von Mischungen
- 8.4 Ideale Gas-Dampf-Mischung: feuchte Luft
  - 8.4.1 Einführung spezifischer Größen –  $1+x$ -Konzept
  - 8.4.2 Sättigungspartialdruck
  - 8.4.3  $h_{1+x,x}$ -Diagramm
  - 8.4.4 Prozesse mit feuchter Luft  
(Zu-, Abfuhr von Wärme, Vermischen von Luftströmen,  
Zumischung von Wasser, Kompression)
  - 8.4.5 Beispiele: Klimaanlage, Kühlturm

## 8.1 Mischungen: Definitionen und Zusammensetzungsmaße

- **Thermodynamik der Mischungen** ist umfangreich und anspruchsvoll  
⇒ In dieser Grundlagenvorlesung nur stark vereinfachte Modelle
- Im Wesentlichen Behandlung von zwei Modellen; die stark vereinfachen, aber wichtige technische Anwendungen abdecken
  - Mischungen idealer Gase
  - Ideale Gas-Dampf-Mischungen (feuchte Luft)
- Daneben einige qualitative Grundlagen zu realen Mischungen

### Definitionen

Mischung	Ein System, das aus mehreren Stoffen (Komponenten) besteht
Komponente	Jeder der in der Mischung enthaltenen reinen Stoffe wird als Komponente bezeichnet
„Konzentration“	Bezeichnet den Anteil einer bestimmten Komponente (bezogen auf Masse oder Substanzmenge)

## 8.1 Mischungen: Definitionen und Zusammensetzungsmaße

- Zwei typische Aufgabenstellungen der Thermodynamik der Mischungen
  - Berechnung von Stoffdaten für homogene (einphasige) Systeme (z.B.  $v$ ,  $h$ ,  $u$ ,  $s$  hängen von der Zusammensetzung der Mischung ab)  
Anwendungen z.B. in der Energietechnik, dem Transport und der Verteilung von Erdgasen und der Kältetechnik
  - Berechnung von Phasengleichgewichten  
Anwendungen z.B. in der chemischen Industrie, bei der Gewinnung von Erdgasen und in der Umwelttechnik
- Die Beschreibung von Phasengleichgewichten ist besonders schwierig, weil die Zusammensetzung beider Phasen i.d.R. unterschiedlich ist

## 8.1 Mischungen: Definitionen und Zusammensetzungsmaße

- **Beispiele**

- Wasser / Luft: Bei Normaldruck kaum Luft in der flüssigen Phase
- Öl / Kältemittel: Wenig Öl in der Gasphase
- Alkohol / Wasser: Mehr Alkohol in der Gasphase, aber beide Komponenten in beiden Phasen relevant

⇒ Zusammensetzung beider Phasen ist zu ermitteln, ehe andere Stoffdaten berechnet werden können

- Beide Aufgabenstellungen sind Gegenstand aktueller Forschung, aber mit etwas unterschiedlicher Zielrichtung
  - Genauere Beschreibung von Stoffdaten relativ einfacher homogener Mischungen z.B. für Erdgasindustrie, Energietechnik und Kältetechnik
  - Eher qualitative Beschreibung komplexer Phasengleichgewichte z.B. für chemische Industrie, Petrochemie (Augenmerk hauptsächlich auf der Bestimmung der Zusammensetzung von Phasen im Gleichgewicht)

## 8.1 Mischungen: Definitionen und Zusammensetzungsmaße

### Beschreibung der Zusammensetzung durch **Zusammensetzungsmaße**

- In einem abgeschlossenen System kann die Zusammensetzung durch extensive Variablen (die ihren Wert bei Teilung des Systems ändern) beschrieben werden
  - Durch die Massen  $m_a, m_b, \dots$  aller beteiligten Komponenten;  
es gilt  $m = \sum_i m_i$
  - Durch die Substanzmengen  $n_a, n_b, \dots$  aller beteiligten Komponenten;  
es gilt  $n = \sum_i n_i$
- Sinnvoller ist i.d.R. die Beschreibung durch intensive Variablen

⇒ Massenbruch

⇒ Molenbruch

$$\xi_k = \frac{m_k}{m} = \frac{m_k}{\sum_i m_i} \quad \text{mit} \quad \sum_i \xi_i = 1$$

$$\psi_k = \frac{n_k}{n} = \frac{n_k}{\sum_i n_i} \quad \text{mit} \quad \sum_i \psi_i = 1 \quad (\text{häufig auch } x_k)$$

## 8.1 Mischungen: Definitionen und Zusammensetzungsmaße

Weniger sinnvoll, aber in der Praxis häufig anzutreffen sind folgende Größen:

- Partialdruck = Der Druck, der herrschen würde, wenn die Komponente  $k$  das gesamte Volumen alleine einnehmen würde; gilt streng genommen nur für ideale Gase

$$p_k = \psi_k \cdot p \quad \text{mit} \quad \sum_i p_i = p$$

- Partialvolumen / Volumenkonzentration

$$\varpi_k = \frac{V_k}{V} = \frac{m_k / \rho_{k,o}(T, p)}{V}$$

- Nur für ideale Mischungen gilt

$$\varpi_k = \frac{V_k}{\sum_i V_i} = \frac{m_k / \rho_{k,o}(T, p)}{\sum_i m_i / \rho_{i,o}(T, p)}$$

## 8.2 Mischungen idealer Gase, kinetische Gastheorie

Ideale Gase werden durch drei Eigenschaften charakterisiert

1. Moleküle bestehen aus Punktmassen ohne räumliche Ausdehnung
2. Es bestehen keine Wechselwirkungskräfte zwischen den Molekülen
3. Das ideale Gas ist ein Modellgas, das es in der Realität nicht gibt

**Aber:** Reale Gase verhalten sich bei niedrigen Dichten in guter Näherung wie ideale Gase

- Druck und innere Energie des idealen Gases wurden in Thermodynamik I kinetisch erklärt

$$p = \frac{1}{3} c^2 m^* \frac{N}{V} = kT \frac{N}{V} = \frac{R_m}{N_A} T \frac{N}{V} = \frac{R_m}{N_A} T \frac{\rho_m N_A V}{V} = R_m T \rho_m$$

Boltzmann Konstante:  $k = 1,380658 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$

Molare Gaskonstante  $R_m = k \cdot N_A = 8,314472 \text{ J/(mol K)}$

Avogadro Konstante:  $N_A = 6,02205 \cdot 10^{23} \text{ Teilchen/mol}$

- Es werden keine Wechselwirkungen berücksichtigt, Moleküle unterscheiden sich nur durch ihre Molmasse (bei spezifischer Betrachtung)  
 ⇒ Aussagen müssen für Komponenten einer Mischung genauso gelten

## 8.2 Mischungen idealer Gase, kinetische Gastheorie

Partialdruck A: 
$$p_A = \frac{dG_{x,A}}{F dt} = \frac{1}{3} c^2 m_A^* \frac{N_A}{V} = R_m T \rho_{m,A} = \psi_A R_m T \rho_m$$

Partialdruck B: 
$$p_B = \frac{dG_{x,B}}{F dt} = \frac{1}{3} c^2 m_B^* \frac{N_B}{V} = R_m T \rho_{m,B} = \psi_B R_m T \rho_m$$

⇒ Gesamtdruck: 
$$p = \left( \sum_i \psi_i \right) \cdot R_m T \rho_m = R_m T \rho_m$$

- Bei **spezifischer** Betrachtungsweise sind die unterschiedlichen Gaskonstanten zu berücksichtigen

Partialdruck A: 
$$p_A = R_m T \rho_{m,A} = \frac{R_m}{M_A} T \rho_{m,A} M_A = R_A T \rho_A = \xi_A R_A T \rho$$

Partialdruck B: 
$$p_B = R_m T \rho_{m,B} = \frac{R_m}{M_B} T \rho_{m,B} M_B = R_B T \rho_B = \xi_B R_B T \rho$$

⇒ Gesamtdruck: 
$$p = \left( \sum_i \xi_i R_i \right) \cdot T \cdot \rho = R_{\text{Mischung}} \cdot T \cdot \rho$$

⇒ Gaskonstante: 
$$R_{\text{Mischung}} = \sum_i \xi_i R_i = \frac{R_m}{M_{\text{Mischung}}} = \frac{R_m}{\sum_i \psi_i M_i}$$



## 8.2.1 Zustandsgrößen von Mischungen idealer Gase: kalorische Zustandsgrößen

- Auch für kalorische Zustandsgrößen gilt, dass es ohne Wechselwirkungen keine Beeinflussung zwischen den unterschiedlichen Komponenten gibt
- In einer Mischung idealer Gase setzt sich z.B. die innere Energie eines Systems aus den Beiträgen der einzelnen Komponenten zusammen

$$U = U_a + U_b + \dots = n_a \cdot u_{m,a} + n_b \cdot u_{m,b} + \dots$$

$$u_m = \frac{U}{\sum_i n_i} = \frac{n_a \cdot u_{m,a}}{\sum_i n_i} + \frac{n_b \cdot u_{m,b}}{\sum_i n_i} + \dots = \psi_a \cdot u_{m,a} + \psi_b \cdot u_{m,b} + \dots$$

- Alle kalorischen Größen lassen sich in Mischungen idealer Gase aus den Größen der Komponenten zusammensetzen

$$u_m = \sum_i \psi_i u_{m,i}$$

$$u = \sum_i \xi_i u_i$$

$$h_m = \sum_i \psi_i h_{m,i}$$

$$h = \sum_i \xi_i h_i$$

$$c_{v,m} = \sum_i \psi_i c_{v,m,i}$$

$$c_v = \sum_i \xi_i c_{v,i}$$

- **Dies gilt nicht für die Entropie und mit ihr verknüpfte Größen**

## 8.2.1 Mischungen idealer Gase, Entropie

- Für die Entropie idealer Gase folgt

$$ds^{\circ}(T, p) = \frac{dh^{\circ}(T) - vdp}{T} = \frac{dh^{\circ}(T)}{T} - \frac{RT dp}{pT}$$

$$\Rightarrow ds^{\circ}(T, p) = \underbrace{\frac{dh^{\circ}(T)}{T}}_{f(T)} - \underbrace{\frac{Rdp}{p}}_{f(p)}$$

- Die Beziehung gilt auch für Mischungen idealer Gase
- Berechnung von  $s(T, p)$  durch Integration

$$s^{\circ}(T, p) = s^{\circ}(T_0, p_0) + \int_{T_0}^T \frac{dh^{\circ}(T)}{T} + \int_{p_0}^p -\frac{R}{p} dp$$

$$\Rightarrow s^{\circ}(T, p) = \underbrace{s^{\circ}(T_0, p_0) + \int_{T_0}^T \frac{c_p^{\circ}(T)}{T} dT}_{s^{\circ}(T, p_0)} - R \ln\left(\frac{p}{p_0}\right)$$

## 8.2.1 Mischungen idealer Gase, Entropie

- Berechnung von  $s(T, v)$  ist analog

$$ds^{\circ}(T, v) = \frac{du^{\circ}(T) + p dv}{T}$$

$$\Rightarrow s^{\circ}(T, v) = \underbrace{s^{\circ}(T_0, v_0) + \int_{T_0}^T \frac{c_v^{\circ}(T)}{T} dT}_{s^{\circ}(T, v_0)} + R \ln\left(\frac{v}{v_0}\right)$$

- Die Komponenten sind nach wie vor unabhängig

⇒ Entropie einer Mischung idealer Gase

$$s_A^{\circ}(T, p_A) = s_A^{\circ}(T, p_0) - R \ln\left(\frac{\psi_A p}{p_0}\right) = \underbrace{s_A^{\circ}(T, p_0) - R \ln\left(\frac{p}{p_0}\right)}_{s_A^{\circ}(T, p)} - R \ln \psi_A$$

$$s_B^{\circ}(T, p_B) = s_B^{\circ}(T, p_0) - R \ln\left(\frac{\psi_B p}{p_0}\right) = \underbrace{s_B^{\circ}(T, p_0) - R \ln\left(\frac{p}{p_0}\right)}_{s_B^{\circ}(T, p)} - R \ln \psi_B$$

## 8.2.1 Mischungen idealer Gase, Entropie

$$\Rightarrow S_{\text{Mischung}}^{\circ}(T, p) = \sum_i n_i (s_{i,0}^{\circ}(T, p) - R \ln \psi_i)$$

$$\Rightarrow s_{\text{Mischung}}^{\circ}(T, p) = \sum_i \psi_i s_{i,0}^{\circ}(T, p) - \underbrace{R \sum_i \psi_i \ln \psi_i}_{\text{Mischungsgröße} \neq 0}$$

- Mischungsgrößen der freien Enthalpie  $g$  und der freien Energie (Helmholtz Energie)  $f$

$$g(T, p) = h - Ts \quad \Rightarrow \quad g_{\text{Mischung}}^{\circ}(T, p) = \sum_i \psi_i g_{i,0}^{\circ}(T, p) + RT \sum_i \psi_i \ln \psi_i$$

$$f(T, v) = u - Ts \quad \Rightarrow \quad f_{\text{Mischung}}^{\circ}(T, v) = \sum_i \psi_i f_{i,0}^{\circ}(T, v) + RT \sum_i \psi_i \ln \psi_i$$

## 8.2.1 Zustandsgrößen von Mischungen idealer Gase

- Allgemeine Schreibweise für die Zustandsgrößen einer Mischung idealer Gase

**Molar**

$$z^{\circ}(T, p, \bar{\psi}) = \sum_i \psi_i z_{i,0}^{\circ}(T, p) + \begin{cases} -R \sum_i \psi_i \ln \psi_i & \text{für } s \\ RT \sum_i \psi_i \ln \psi_i & \text{für } f, g \\ 0 & \text{für alle anderen} \end{cases}$$

**Spezifisch**

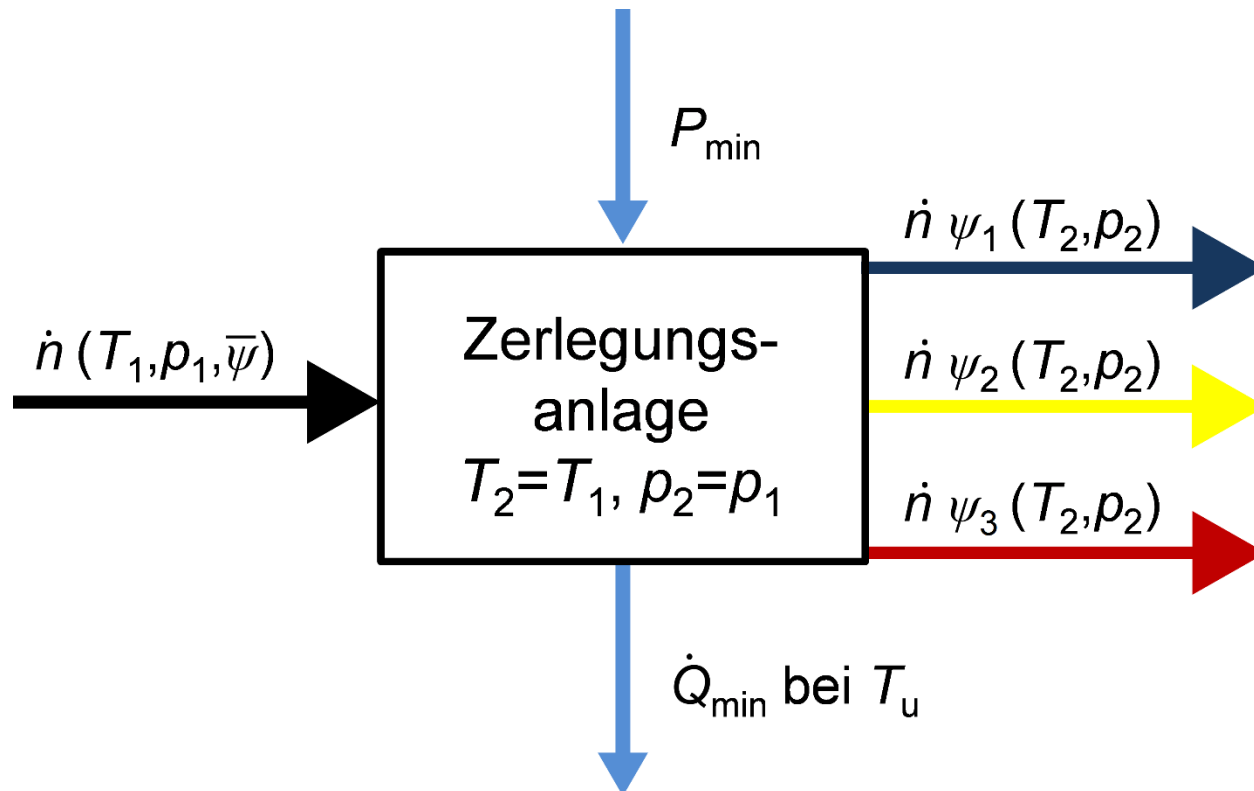
$$z^{\circ}(T, p, \bar{\xi}) = \sum_i \xi_i z_{i,0}^{\circ}(T, p) + \begin{cases} -(\sum_i \xi_i R_{i,0}) \sum_i \psi_i \ln \psi_i & \text{für } s \\ T(\sum_i \xi_i R_{i,0}) \sum_i \psi_i \ln \psi_i & \text{für } f, g \\ 0 & \text{für alle anderen} \end{cases}$$

mit  $\psi_i = \frac{\xi_i}{M_i \sum_k \xi_k / M_k}$

- Achtung:** Die oben angegebenen Beziehungen gelten **nicht** für die Dichte  $\rho$

## 8.2.2 Mindesttrennarbeit für ideale Gase

Schematische Zeichnung einer energetisch idealen Anlage zur Zerlegung von Gasmischungen



## 8.2.2 Mindesttrennarbeit für ideale Gase

Energiebilanz

$$\dot{n} \cdot h^\circ(T_1, p_1, \bar{\psi}) + P_{\min} - \dot{n} \cdot \sum_i \psi_i h_{i,o}^\circ(T_2, p_2) + \dot{Q}_{\min} = 0$$

$$\Rightarrow P_{\min} = -\dot{Q}_{\min}$$

Entropiebilanz

$$\dot{n} \cdot s^\circ(T_1, p_1, \bar{\psi}) - \dot{n} \cdot \sum_i \psi_i s_{i,o}^\circ(T_2, p_2) + \underbrace{\dot{Q}_{\min}/T_u}_{\text{rev. WÜ bei } T_u} = 0$$

$$\Rightarrow P_{\min} = -\dot{Q}_{\min} = -T_u \dot{n} R \sum_i \psi_i \ln \psi_i$$

**Beispiel Luftzerlegung**

$$\psi_{N_2} \approx 0,79, \quad \psi_{O_2} \approx 0,21 \quad \Rightarrow \quad w_{t,\min} \approx 1230 \text{ J/mol} \approx 42,5 \text{ kJ/kg}$$

## 8.2.1 Zustandsgrößen von Mischungen idealer Gase



Technisch realisiert wird  $w_t \approx 200 \text{ kJ/kg}$

**Theoretisch besteht erhebliches Verbesserungspotential**

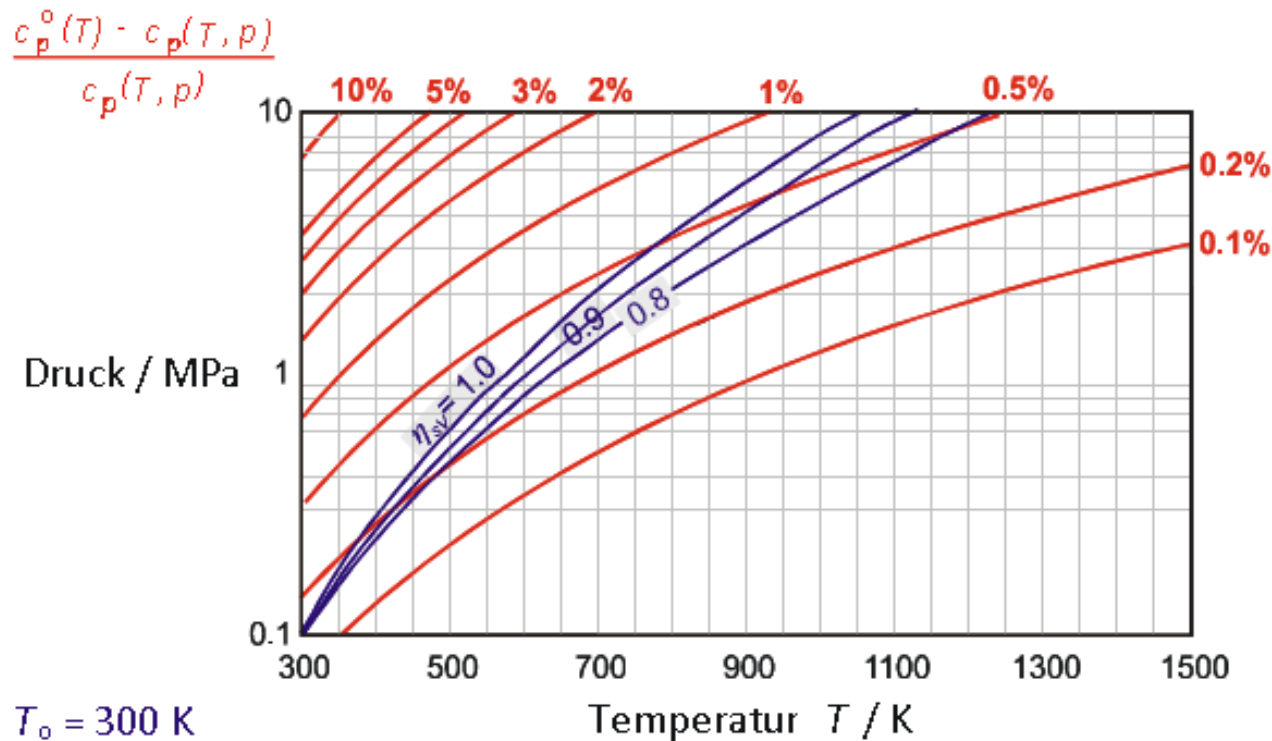


## 8.3 Reale Mischungen

- Gasförmige Mischungen werden in weiten Bereichen des Maschinenbaus als **Mischungen idealer Gase** betrachtet
- Diese Betrachtungsweise gilt jedoch nur im Grenzfall verschwindender Dichte
- In guter Näherung können reale gasförmige Mischungen bei moderaten Drücken als Mischungen idealer Gase betrachtet werden
- Bei hohen Temperaturen (bezogen auf  $T_c$  der beteiligten Stoffe) trägt diese Näherung auch bis zu hohen Drücken – die Grenzen lassen sich nicht pauschal angeben, der Übergang ist fließend

## 8.3 Reale Mischungen

- Abweichungen zwischen idealer ( $c_p^0$ ) und realer ( $c_p$ ) isobarer Wärmekapazität von Luft



## 8.3 Reale Mischungen

- Bei der Beschreibung realer Mischungen wird die molare Betrachtung bevorzugt
- Für ideale Mischungen gilt

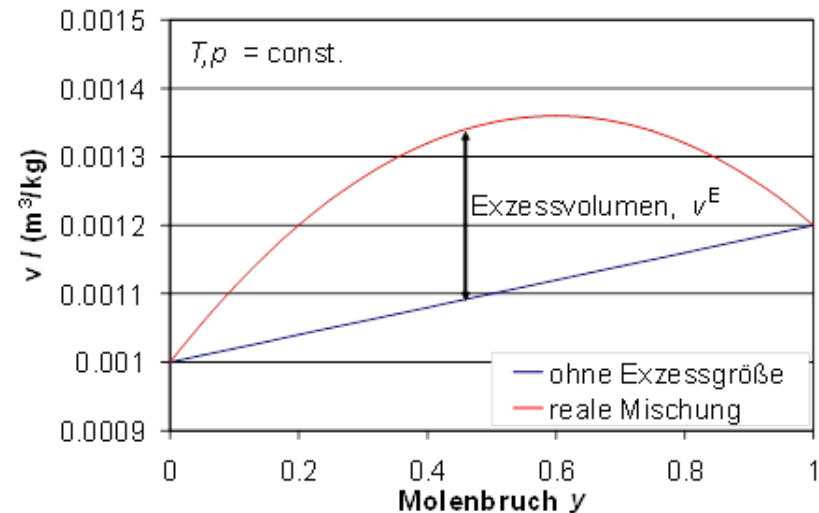
$$z^{\circ}(T, p, \bar{\psi}) = \sum_i \psi_i z_{i,o}^{\circ}(T, p) + \underbrace{\begin{cases} -R \sum_i \psi_i \ln \psi_i & \text{für } s \\ RT \sum_i \psi_i \ln \psi_i & \text{für } f, g \\ 0 & \text{für alle anderen} \end{cases}}_{\Delta^M z^{\circ}, \text{ ideale Mischungsgröße}}$$

- Bei der Betrachtung realer Mischungen muss berücksichtigt werden
  - reales Verhalten der Komponenten, also  $z_{i,o}(T, p)$  statt  $z_{i,o}^{\circ}(T, p)$
  - Realeffekte der Mischung, also  $\Delta^M z(T, p, \bar{\psi})$  statt  $\Delta^M z^{\circ}(T, \bar{\psi})$
- Zustandsgrößen realer Mischungen lassen sich demnach schreiben als

$$z(T, p, \bar{\psi}) = \sum_i \psi_i z_{i,o}(T, p) + \Delta^M z(T, p, \bar{\psi})$$

## 8.3.1 Exzessgrößen

- In der Mischungsgröße der realen Mischung  $\Delta^M z(T, p, \bar{\psi})$  sind enthalten
  - die Mischungsgröße idealer Gase
  - die Realeffekte der Mischung (Exzessgrößen  $z^E$ )
- Die Exzessgröße  $z^E$  hängt ab von
  - dem Druck  $p$  (wie beim Realteil reiner Stoffe)
  - der Temperatur  $T$  (wie beim Realteil reiner Stoffe)
  - der Zusammensetzung  $\bar{\psi}$



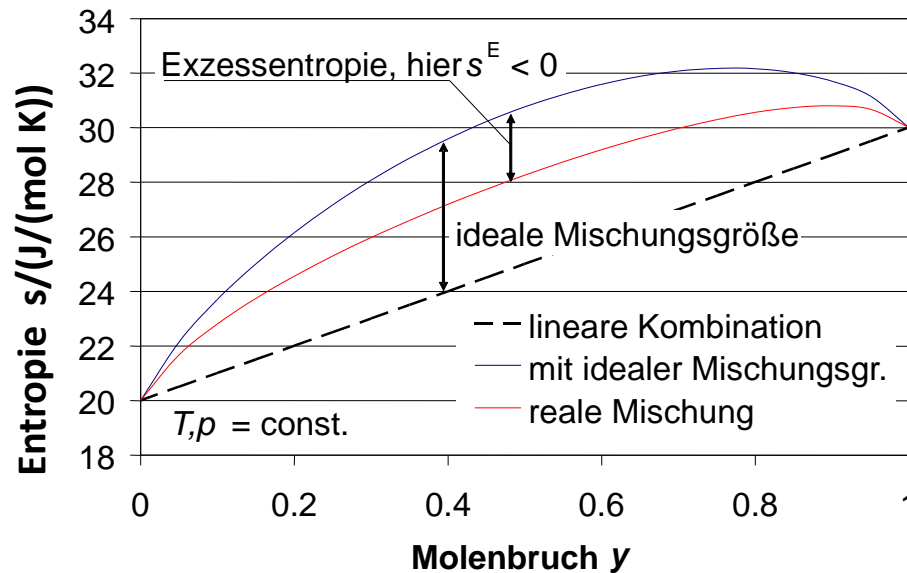
- Zustandsgrößen realer Mischungen lassen sich also schreiben als

$$z(T, p, \bar{\psi}) = \underbrace{\sum_i \psi_i z_{i,0}(T, p)}_{\text{reale Zustandsgrößen der Komponenten}} + \underbrace{\Delta^M z^0(T, \bar{\psi})}_{\text{ideale Mischungsgröße}} + \underbrace{z^E(T, p, \bar{\psi})}_{\text{Exzessgröße}}$$

- Grafische Darstellung einer Zustandsgröße mit  $\Delta^M z^0(T, \bar{\psi}) = 0$  (alle außer  $s$ ,  $f$  und  $g$ )

## 8.3.1 Exzessgrößen

- Grafische Darstellung einer Zustandsgröße mit  $\Delta^M z^o(T, \bar{\psi}) \neq 0$  (s, f und g)



- Für die Berechnung der Zustandsgrößen realer Mischungen sind erforderlich
  - Zustandsgleichungen für die reinen Komponenten
  - Informationen über die Exzessgrößen
- Exzessgrößen lassen sich experimentell ermitteln oder berechnen ( $g^E$ -Modelle sind Standard in der Verfahrenstechnik, auch bei komplexen Mischungen)
- Für die Grundvorlesung gehen diese Ansätze jedoch zu weit

### 8.3.2 Ideale Mischungen realer Stoffe

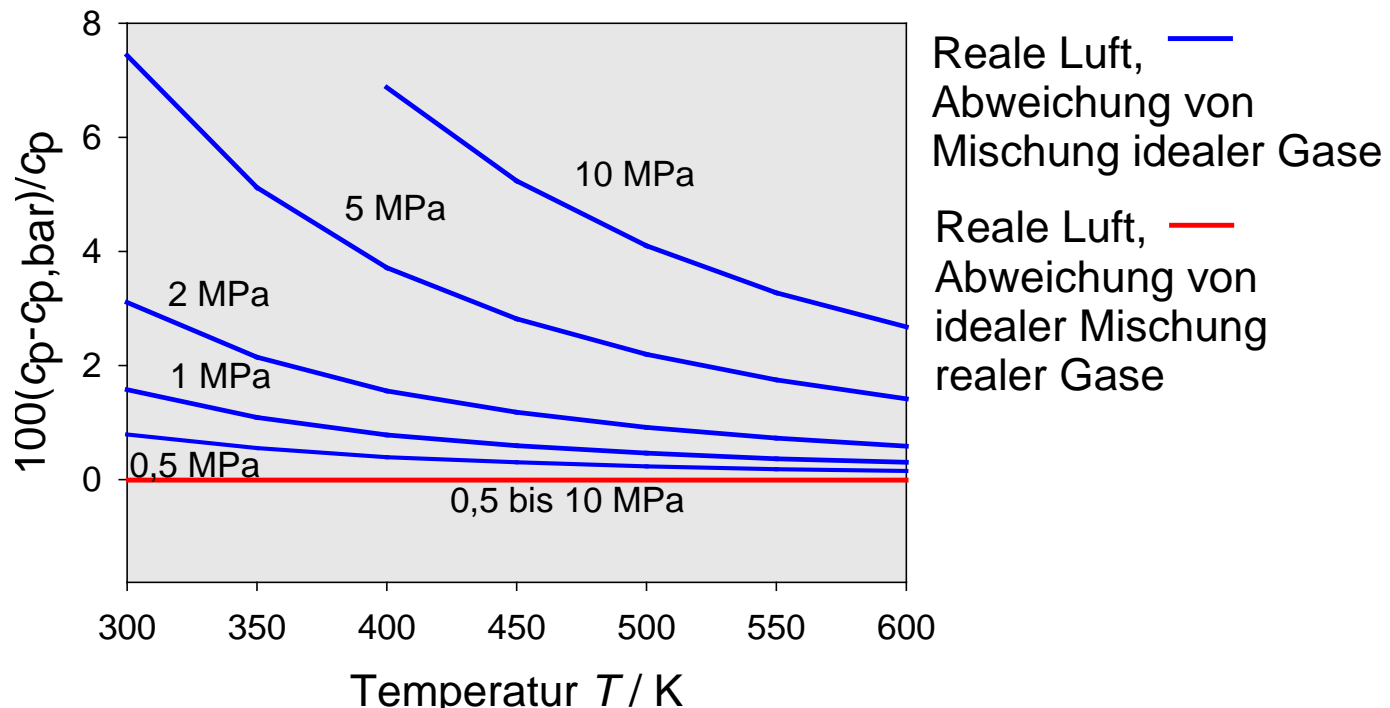
- „Ideale Mischungen realer Stoffe“ sind ein in der Praxis häufig hilfreiches Modell
- Für **ideale Mischungen** realer Stoffe gilt für alle Zustandsgrößen  $z^E(T, p, \bar{\psi}) = 0$
- Für ideale Mischungen gilt damit

$$z_{\text{id.M.}}(T, p, \bar{\psi}) = \underbrace{\sum_i \psi_i z_{i,o}(T, p)}_{\text{reale Zustandsgrößen der Komponenten}} + \underbrace{\Delta^M z^o(T, \bar{\psi})}_{\text{ideale Mischungsgröße (=0 für } z \neq s, f, g)}$$

- Mischungen idealer Gase  $z_{i,o} = z_{i,o}^o$  sind immer auch ideale Mischungen
- Das Modell „ideale Mischungen realer Stoffe“ berücksichtigt zusätzlich das reale Verhalten der reinen Komponenten

### 8.3.2 Ideale Mischungen realer Stoffe

- Vernachlässigt werden die Effekte unterschiedlicher Wechselwirkungen zwischen den Molekülen der beteiligten Komponenten (die Exzessgrößen  $z^E$ )
- Mit dem Modell „ideale Mischungen realer Stoffe“ muss gearbeitet werden, wenn bei Gas- oder Flüssigkeitsmischungen nicht von idealen Gasen ausgegangen werden kann, aber keine Informationen über das tatsächliche Verhalten des Mischung vorliegen



### 8.3.2 Ideale Mischungen realer Stoffe

- Gute Ergebnisse, wenn die Moleküle der verschiedenen Komponenten ähnlich sind (z.B. Stickstoff und Sauerstoff als Hauptbestandteile von Luft, beide zweiatomig, quadrupolar)

⇒ **Gleiche und ungleiche Wechselwirkung ähnlich**

- Schlechtere Ergebnisse bei ungleichen Molekülen (z.B. Öl in Kältemittel), große Unterschiede zwischen gleicher und ungleicher Wechselwirkung – hier sind Mischungsspezifische Informationen unerlässlich
- Modelle zur genaueren Beschreibung von Mischungen gehen von der Modellierung von Exzessgrößen ab, beschreiben die Mischungen mit Zustands- bzw. Fundamentalgleichungen
- Im einfachsten Fall können z.B. **kubische Zustandsgleichungen** durch geeignete Modifikation der Parameter zur Beschreibung von Mischungen verwendet werden
- Für die Grundvorlesung gehen diese Modelle zu weit



### 8.3.3 Gibbssche Phasenregel

- **Frage:** Wie viele Freiheitsgrade hat eine Mischung?
- Im homogenen Zustandsgebiet
  - wie bei reinen Stoffen zwei Variablen zur Beschreibung des thermischen und mechanischen Zustands des Systems z.B.  $T, p$
  - für  $N$  Komponenten ( $N - 1$ ) Molenbrüche zur Beschreibung der Zusammensetzung ( $N$ -ter Molenbruch aus  $\sum_i \psi_i = 1$ )
- ⇒ Im homogenen Zustandsgebiet haben Mischungen mit  $N$  Komponenten daher  $(N + 1)$  Freiheitsgrade
- Neben der Berechnung von Größen im homogenen Zustandsgebiet hat die Berechnung von Phasengleichgewichten für Mischungen eine herausragende Bedeutung
- Die Berechnung von Phasengleichgewichten dominiert im Bereich der Verfahrenstechnik, der Umwelttechnik, aber auch in manchen energietechnischen Anwendungen
- Auch für Mischungen gilt im Phasengleichgewicht  $T' = T''$  und  $p' = p''$

### 8.3.3 Gibbsche Phasenregel

- Die stoffliche Gleichgewichtsbedingung muss für jede Komponente  $i=1 \dots N$  erfüllt sein

$$\text{Stoffliches Gleichgewicht} \quad g_i' = g_i''$$

⇒  $(N + 2)$  Gleichgewichtsbedingungen

- Im Phasengleichgewicht muss der Zustand von  $P$  Phasen beschrieben werden  
 ↪ zunächst  $P \cdot (N + 1)$  Variablen
- Die  $(N + 2)$  Gleichgewichtsbedingungen lassen sich bei  $P \geq 2$  als Koppelungsbedingung zu den anderen Phasen  $(P - 1)$  mal schreiben  
 ↪  $(P - 1) \cdot (N + 2)$  Bedingungen
- Für die Zahl der Freiheitsgrade  $FG$  ergibt sich damit

$$FG = P \cdot (N + 1) - (P - 1) \cdot (N + 2)$$

$$FG = N + 2 - P$$

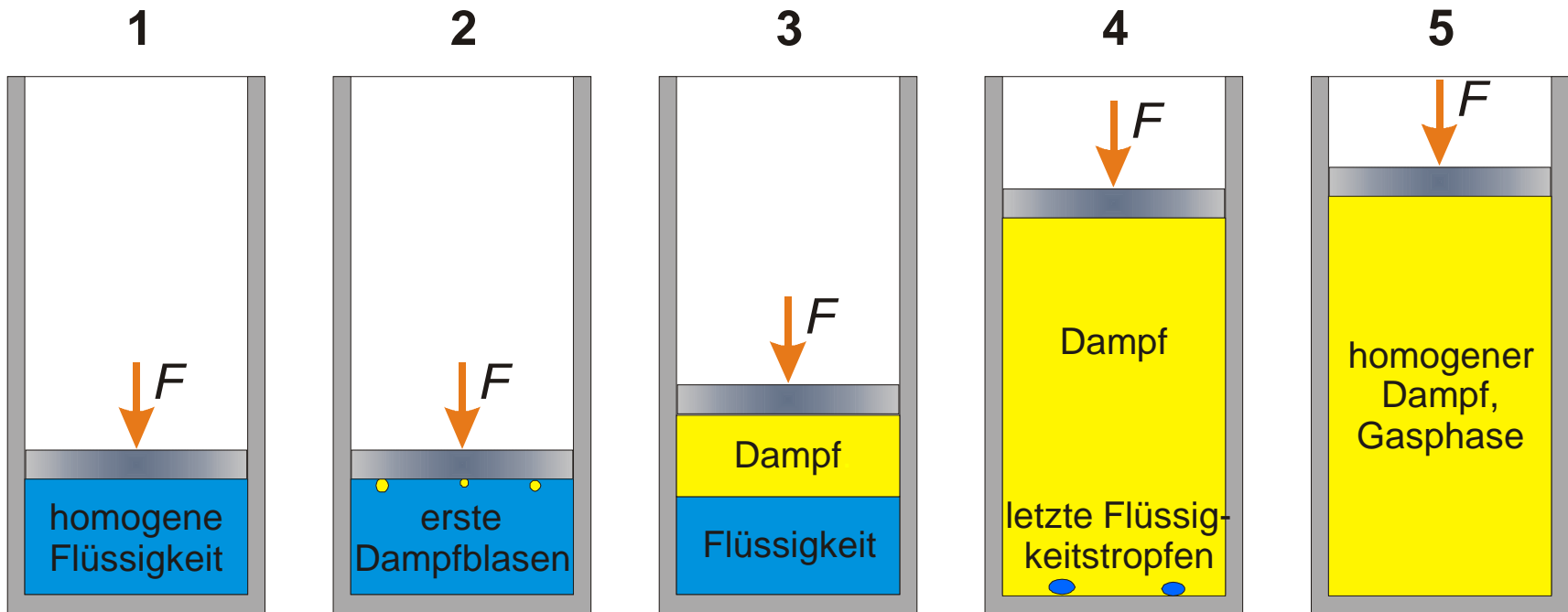
### 8.3.4 Phasengleichgewichte von Mischungen

System	Homogen	Gesättigt	Tripel-Zustand
Zahl der Phasen im Gleichgewicht	1	2	3
Reinstoff	2	1	0
Binäre Mischung	3	2	1
Ternäre Mischung	4	3	2

- Reinstoffe haben im Phasengleichgewicht aus zwei Phasen nur einen Freiheitsgrad
  - ⇒ Ist der Druck vorgegeben, ergibt sich die Siedetemperatur, ist die Temperatur vorgegeben, ergibt sich der Dampfdruck
- Binäre Mischungen haben im Phasengleichgewicht aus zwei Phasen zwei Freiheitsgrade
  - ⇒ Es besteht bei Mischungen keine feste Zuordnung von Dampfdruck und Siedetemperatur

## 8.3.4 Phasengleichgewichte von Mischungen

- Verdampfung einer binären Mischung

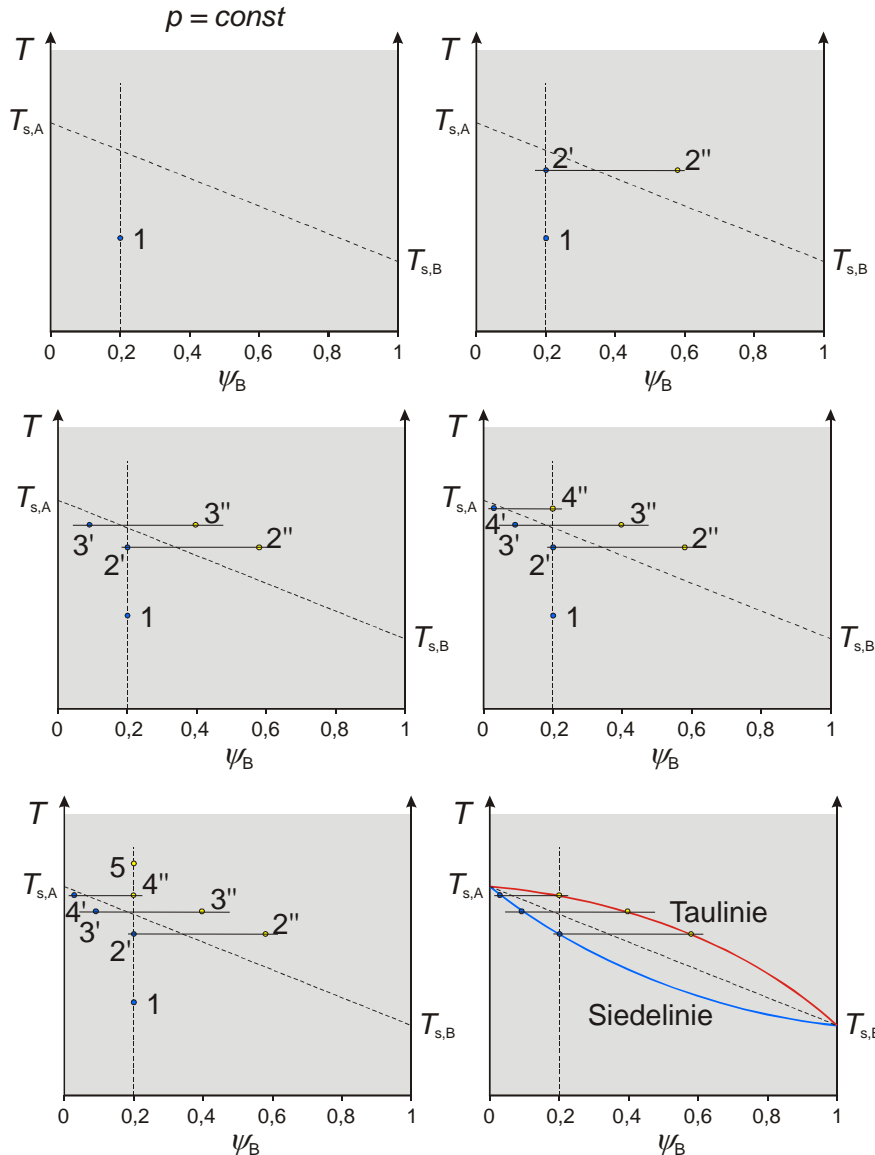


$$p = F/A = \text{const.}$$

Wärmezufuhr



## 8.3.4 Phasengleichgewichte von Mischungen

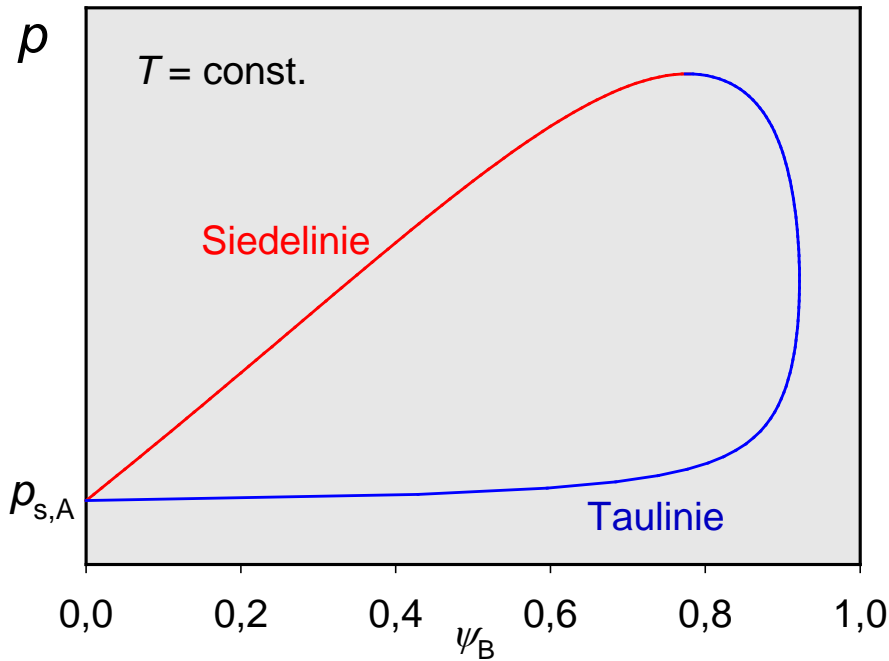


- Darstellung im  $T, \psi$ -Diagramm (statt  $\psi$  häufig auch  $x$ )
- A= schwerer siedende Komponente, z.B. Wasser  
 B= leichter siedende Komponente, z.B. Alkohol
- Die Konzentrationsunterschiede zwischen Flüssigkeits- und Dampfphase werden in der Verfahrenstechnik für Trennprozesse ausgenutzt

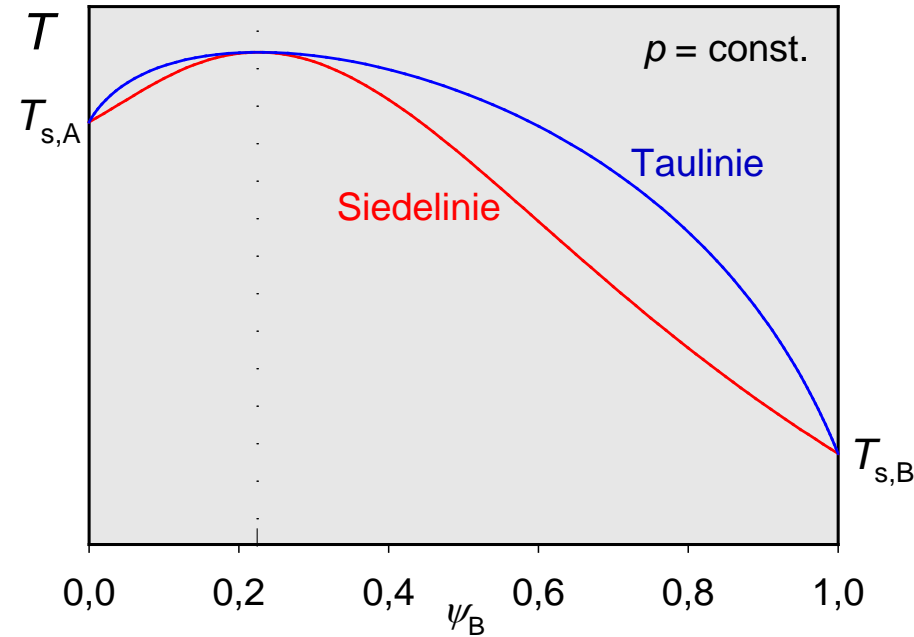
### ⇒ Destillation, Rektifikation

- Phasengleichgewichte können auch andere, für die Praxis ebenso wichtige Formen annehmen

## 8.3.4 Phasengleichgewichte von Mischungen



Komponente B bei  $T$  bereits überkritisch



**Azeotrop:** Bei einer bestimmten Zusammen-setzung verhält sich die Mischung beim Sieden wie ein reiner Stoff, d.h. der Dampf hat die-selbe Zusammensetzung wie die Flüssigkeit

- Probleme bei der Trennung
- gezielter Einsatz z.B. in der Kältetechnik

## 8.4 Ideale Gas-Dampf-Mischungen

**Ideale Gas-Dampf-Mischungen** lassen sich wie folgt charakterisieren

- Eine oder mehrere Komponenten der Mischung können im relevanten Temperatur- und Druckbereich als ideale Gase betrachtet werden, deren Kondensation ist ausgeschlossen
- Eine Komponente kann kondensieren
- In der Gasphase kann auch die kondensierende Komponente als ideal betrachtet werden
- Die flüssige Phase enthält nur die kondensierende Komponente

**Beispiele:**

- Luft + Wasser: feuchte Luft (Klimatechnik, Energietechnik, ...)
- Luft + Brennstoff (Energietechnik)
- Wasserhaltige Verbrennungs- bzw. Abgase (Energietechnik)

**Aber nicht:**

- ⇒  $\text{SO}_{2/3}$ -haltiges Verbrennungsgas / Wasser: Bildung von  $\text{H}_2\text{SO}_{3/4}$  in der flüssigen Phase führt zu ganz anderem Kondensationsverhalten → Voraussetzungen stets genau prüfen

## 8.4 Ideale Gas-Dampf-Mischung: feuchte Luft

- Die nicht kondensierbaren Gase können i.d.R. als eine Komponente betrachtet werden (z.B. „trockene Luft“ statt 78% N<sub>2</sub>, 21% O<sub>2</sub>, 1% Ar)
- ⇒ Das System lässt sich auf die Betrachtung zweier Komponenten reduzieren, von denen eine flüssig vorliegen kann

### Beispiel feuchte Luft

- „Trockene Luft“ ist eine Mischung, deren Zusammensetzung sich in den meisten Anwendungen nicht verändert

#### Zusammensetzung von trockener Luft nach ISO 2533

Komponente	Molenbruch $\psi_i$	Molmasse $M_i$
Stickstoff	0.781109	28.01348 g/mol
Sauerstoff	0.209548	31.9988 g/mol
Argon	0.009343	39.948 g/mol

(Komponenten mit  $\psi_i < 0.05\%$  vernachlässigt, zu  $\sum_i \psi_i = 1$  ergänzt)



## 8.4 Ideale Gas-Dampf-Mischung: feuchte Luft

- ⇒ Molmasse  $M_L$  der trockenen Luft: 28.9601 g/mol
- ⇒ Gaskonstante  $R_L$  der trockenen Luft: 287.101 J/(kg K)
- Wasser ist ein reiner Stoff
- ⇒ Molmasse  $M_{H_2O}$  des Wassers: 18.01528 g/mol
- ⇒ Gaskonstante  $R_{H_2O}$  des Wassers: 461.523 J/(kg K)

Zusammensetzungsmaße zur Beschreibung des Wassergehalts feuchter Luft:

- Molenbruch,  $\psi_{H_2O}$
- Massenbruch,  $\xi_{H_2O}$
- Partialdruck,  $p_{H_2O}$   
 (=  $\psi_{H_2O} \cdot p$ ; **Achtung:** eignet sich nicht zur vollständigen Beschreibung zweiphasiger Systeme)
- Absolute Feuchte  $\rho_{H_2O} = m_{H_2O} / V (= \xi_{H_2O} \cdot \rho)$

## 8.4 Ideale Gas-Dampf-Mischung: feuchte Luft

- **Wassergehalt**

$$X = \frac{m_{\text{H}_2\text{O}}}{m_{\text{L}}} = \frac{\xi_{\text{H}_2\text{O}} \cdot m_{\text{ges}}}{(1 - \xi_{\text{H}_2\text{O}}) \cdot m_{\text{ges}}} = \frac{\xi_{\text{H}_2\text{O}}}{1 - \xi_{\text{H}_2\text{O}}}$$

- Massenbruch und Wassergehalt sind austauschbar
  - **Aber:** Bei den meisten technischen Prozessen bleibt der Massenstrom an trockener Luft konstant, während dem System Wasser zugeführt oder entzogen wird (Kondensation, Verdunstung, Trocknung, ...)
- ⇒ Verwendung des Wassergehalts vereinfacht dann die Berechnungen
- Spezifische Größen können vorteilhaft auf die Masse (oder den Massenstrom) trockener Luft bezogen werden, wenn diese Bezugsgröße sich während des Prozesses nicht verändert

## 8.4.1 Einführung spezifischer Größen – 1+x-Konzept

- Spezifisches Volumen: 
$$v_{1+x} = \frac{V}{m_L} = \frac{m_L v_L + m_{\text{H}_2\text{O}} v_{\text{H}_2\text{O}}}{m_L} = v_L + x v_{\text{H}_2\text{O}}$$

**Achtung:**  $v_{\text{H}_2\text{O}} = V/m_{\text{H}_2\text{O}} = V/(m_{\text{H}_2\text{O,g}} + m_{\text{H}_2\text{O,fl}} + m_{\text{H}_2\text{O,fest}})$  muss ggf. auch den flüssigen bzw. festen Anteil berücksichtigen

nur Gasphase: 
$$v_{1+x} = v_L + x v_{\text{H}_2\text{O}} = \frac{R_L T}{p} + x \frac{R_{\text{H}_2\text{O}} T}{p} = (R_L + x R_{\text{H}_2\text{O}}) \frac{T}{p}$$

- Spezifische Enthalpie: 
$$h_{1+x} = \frac{H}{m_L} = \frac{m_L h_L + m_{\text{H}_2\text{O}} h_{\text{H}_2\text{O}}}{m_L} = h_L + x h_{\text{H}_2\text{O}}$$
- Die spezifische Enthalpie  $h_{1+x}$  ist die Schlüsselgröße zur Auslegung zahlreicher Prozesse mit feuchter Luft → 1. Hauptsatz
- Zur Berechnung von  $h_L$  und  $h_{\text{H}_2\text{O}}$  zunächst **Definition von Nullpunkten**
- $h_L$  wird zu Null bei  $t = 0^\circ \text{C}$ , unabhängig vom Druck, weil Luft als id. Gas betrachtet wird

$$\Rightarrow h_L(t) = \int_{0^\circ\text{C}}^t c_{p,L}^\circ dt$$

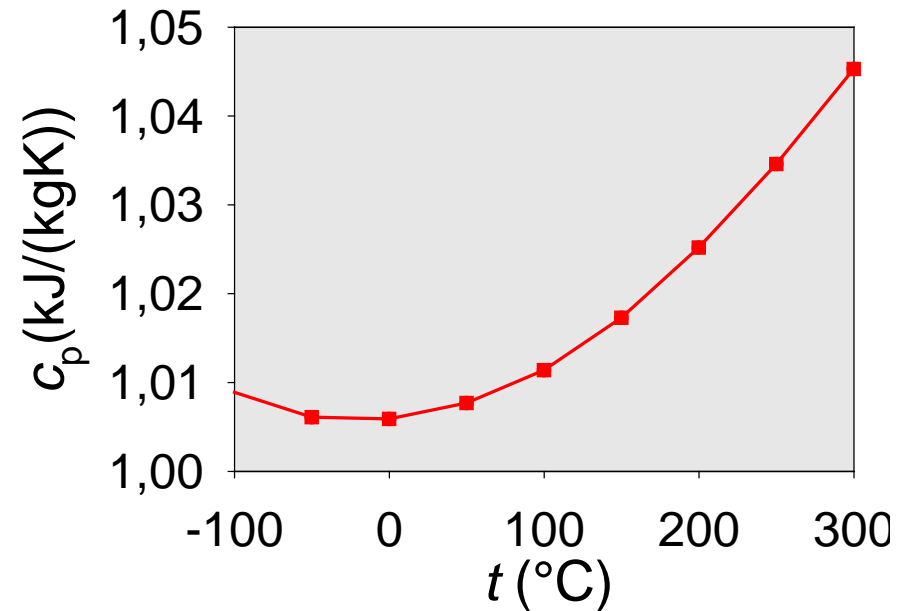
## 8.4.1 Einführung spezifischer Größen – 1+x-Konzept

- Im Bereich  $-50^{\circ}\text{C}$  bis  $+100^{\circ}\text{C}$  gilt in guter Näherung

$$c_{p,L}^{\circ} = 1.007 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} = \text{const.}$$

$$h_L(t) = 1.007 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \cdot t \quad (\text{mit } t \text{ in } ^{\circ}\text{C})$$

Isobare Wärmekapazität von trockener Luft,  $p = 1 \text{ bar}$



- $h_{\text{H}_2\text{O}}$  ist für **flüssiges Wasser** bei  $t = 0^{\circ}\text{C}$  zu Null gesetzt und ist in guter Näherung unabhängig vom Druck
- Im Bereich von  $0^{\circ}\text{C}$  bis  $+75^{\circ}\text{C}$  gilt in guter Näherung

$$c_{p,\text{H}_2\text{O},\text{fl}}^{\circ} = 4.18 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} = \text{const.} \quad \Rightarrow \quad h_{\text{H}_2\text{O},\text{fl}}(t) = 4.18 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \cdot t$$

## 8.4.1 Einführung spezifischer Größen – 1+x-Konzept

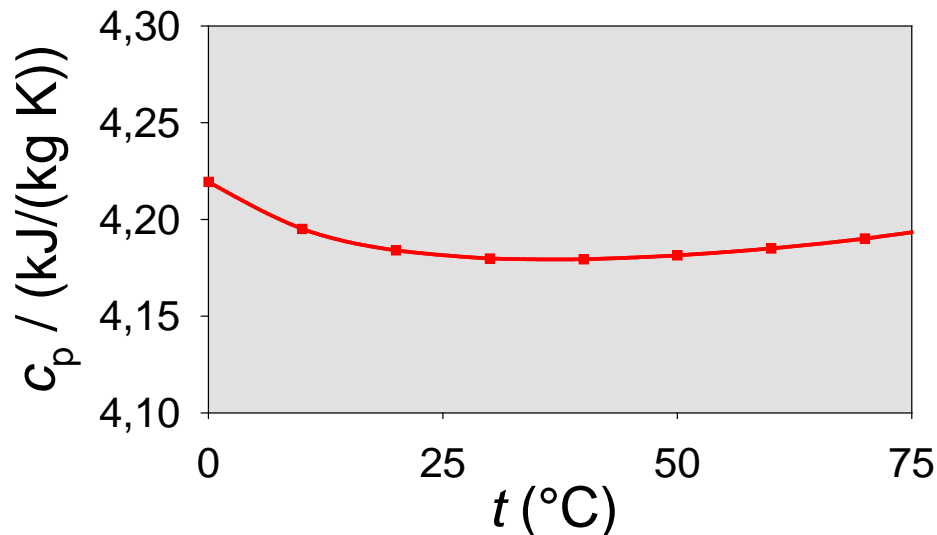
Die **Verdampfungsenthalpie** dominiert  $h_{\text{H}_2\text{O,g}}$  für **gasförmiges Wasser**;  
 bei 0 °C gilt:  $\Delta h^v \approx 2500 \text{ kJ/kg}$

- Die Annahme  $c_p^\circ = \text{const.}$  ist für gasförmiges Wasser nur vertretbar, weil  $\Delta h^v$  i.d.R. den weitaus größeren Beitrag liefert

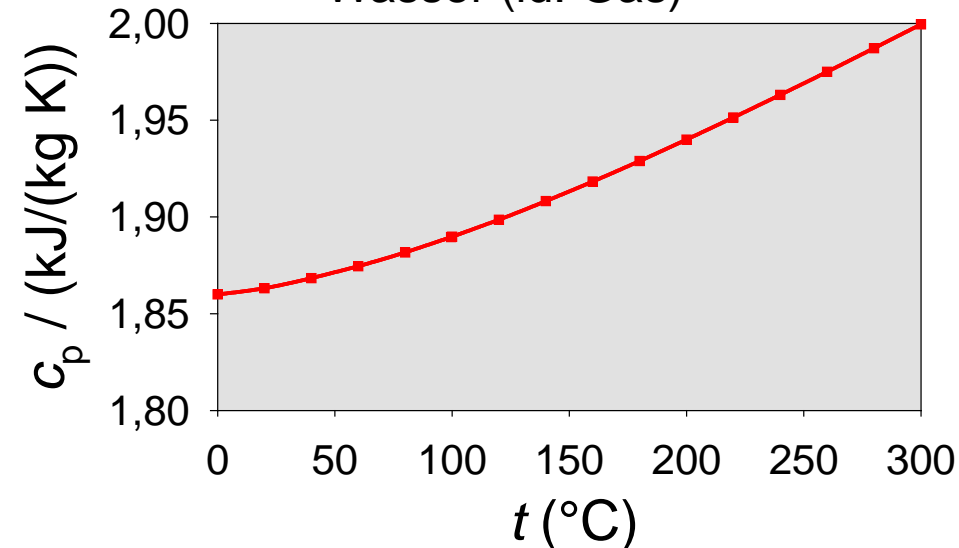
$$c_{p,\text{H}_2\text{O,g}}^\circ \approx 1.86 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} \approx \text{const.}$$

$$h_{\text{H}_2\text{O,g}}(t) = 2500 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} + 1.86 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \cdot t \quad (t \text{ in } ^\circ\text{C})$$

Isobare Wärmekapazität  
 von flüssigem Wasser,  $p = 1 \text{ bar}$



Isobare Wärmekapazität von gasförmigem  
 Wasser (id. Gas)



## 8.4.1 Einführung spezifischer Größen – 1+x-Konzept

- **Rechenvorschriften für  $h_{1+x}$**
- Wasser nur gasförmig

$$h_{1+x}(t, x) = h_L + xh_{H_2O} = 1,007 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \cdot t + x \cdot \left( 2500 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} + 1,86 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \cdot t \right)$$

- Wasser flüssig und gasförmig

$$h_{1+x}(t, x) = h_L + xh_{H_2O} = 1,007 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \cdot t + x_s \cdot \left( 2500 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} + 1,86 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \cdot t \right) + (x - x_s) \cdot 4,18 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \cdot t$$

- Wie ist der **Sättigungswassergehalt  $x_s$**  zu berechnen?
- Bei idealen Gas-Dampf-Mischungen enthält die flüssige Phase nur die Komponente „Dampf“ – im Folgenden mit dem Index „o“ gekennzeichnet  $\Rightarrow$  die stoffliche Gleichgewichtsbedingung muss im Phasengleichgewicht nur für den Dampf erfüllt sein

$$g_D''(T, p, \psi_{D,s}) = g_{D,o}'(T, p) \quad (1)$$

## 8.4.2 Sättigungspartialdruck

- Für die reine Komponente „Dampf“ gilt

$$g''_{D,o}(T, p_{D,o,s}) = g'_{D,o}(T, p_{D,o,s})^{(2)} \quad \text{und} \quad p_{D,o,s} = p_s(T)$$

- Gleichung (2) von (1) abziehen ergibt

$$\underbrace{g''_D(T, p, \psi_{D,s}) - g''_{D,o}(T, p_{D,o,s})}_{=g^b(T, p_{D,s})} = g'_{D,o}(T, p) - g'_{D,o}(T, p_{D,o,s})$$

- Aus der Definition der freien Enthalpie (Gibbsche Energie)  $g$  folgt für eine ideale Gasphase

$$g^\circ(T, p) = h^\circ(T) - T \cdot s^\circ(T, p) = h^\circ(T) - T \cdot (s^\circ(T, p_0) - R \cdot \ln(p/p_0))$$

$$\Rightarrow g^\circ(T, p) = g^\circ(T, p_0) + RT \ln(p/p_0)$$

$$\Rightarrow RT \ln\left(\frac{p_{D,s}}{p_{D,o,s}}\right) = g'_{D,o}(T, p) - g'_{D,o}(T, p_{D,o,s}) = \int_{p_{D,o,s}}^p \underbrace{(\partial g'_{D,o} / \partial p)_T}_{v_{D,o}} dp$$

## 8.4.2 Sättigungspartialdruck

$$\Rightarrow RT \ln \left( \frac{p_{D,s}}{p_{D,o,s}} \right) \underbrace{=}_{v_{D,o} \approx \text{const.}} v'_{D,o} (p - p_{D,o,s})$$

$$\Rightarrow p_{D,s} \approx p_{D,o,s} \cdot \underbrace{\exp \left( \frac{v'_{D,o} (p - p_{D,o,s})}{RT} \right)}_{\substack{\text{meist } \ll 1 \\ \text{Poynting-Korrektur}}} \approx p_{D,o,s} = p_s(T)$$

- In den meisten Fällen kann der **Sättigungspartialdruck gleich dem Dampfdruck** gesetzt werden

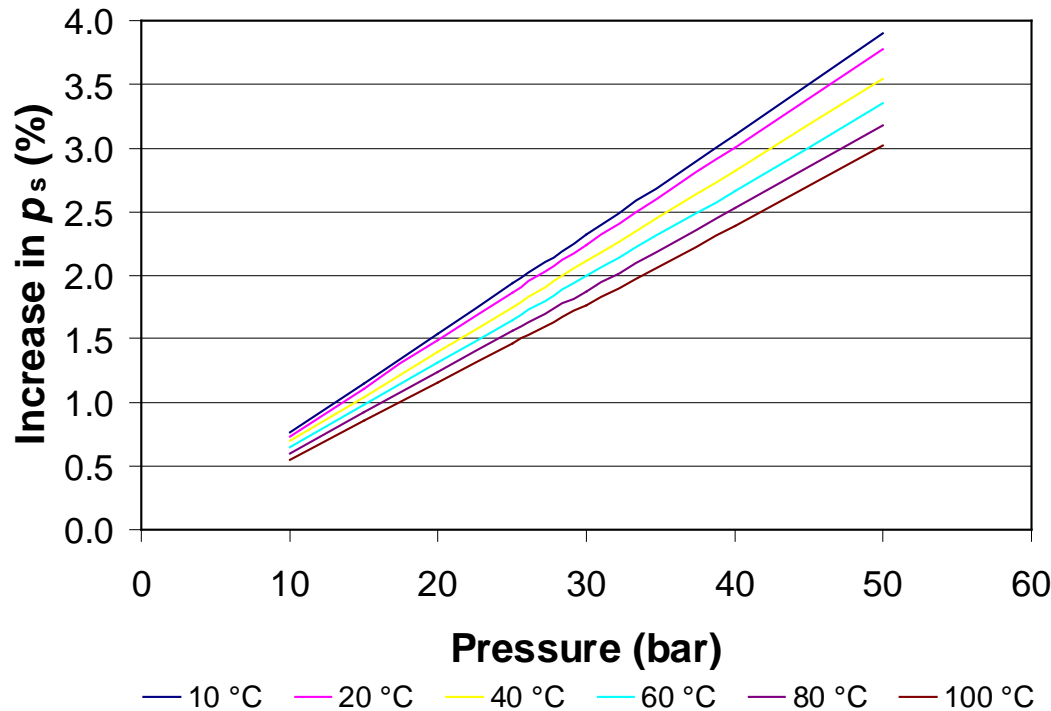
$$p_{D,s} \approx p_{D,o,s} = p_s(T)$$

- In der Klima- und Trocknungstechnik gilt in aller Regel  $p_{D,s} = p_s(T)$ , aber es gibt zahlreiche relevante Ausnahmen



## 8.4.2 Sättigungspartialdruck

- Effekt der „Poynting-Korrektur“ für feuchte Luft



- Definition der **relativen Feuchte**

$$\varphi = \frac{\rho_{\text{H}_2\text{O}}}{\rho_{\text{D},s}(T)} \approx \frac{\rho_{\text{H}_2\text{O}}}{\rho_s(T)}$$

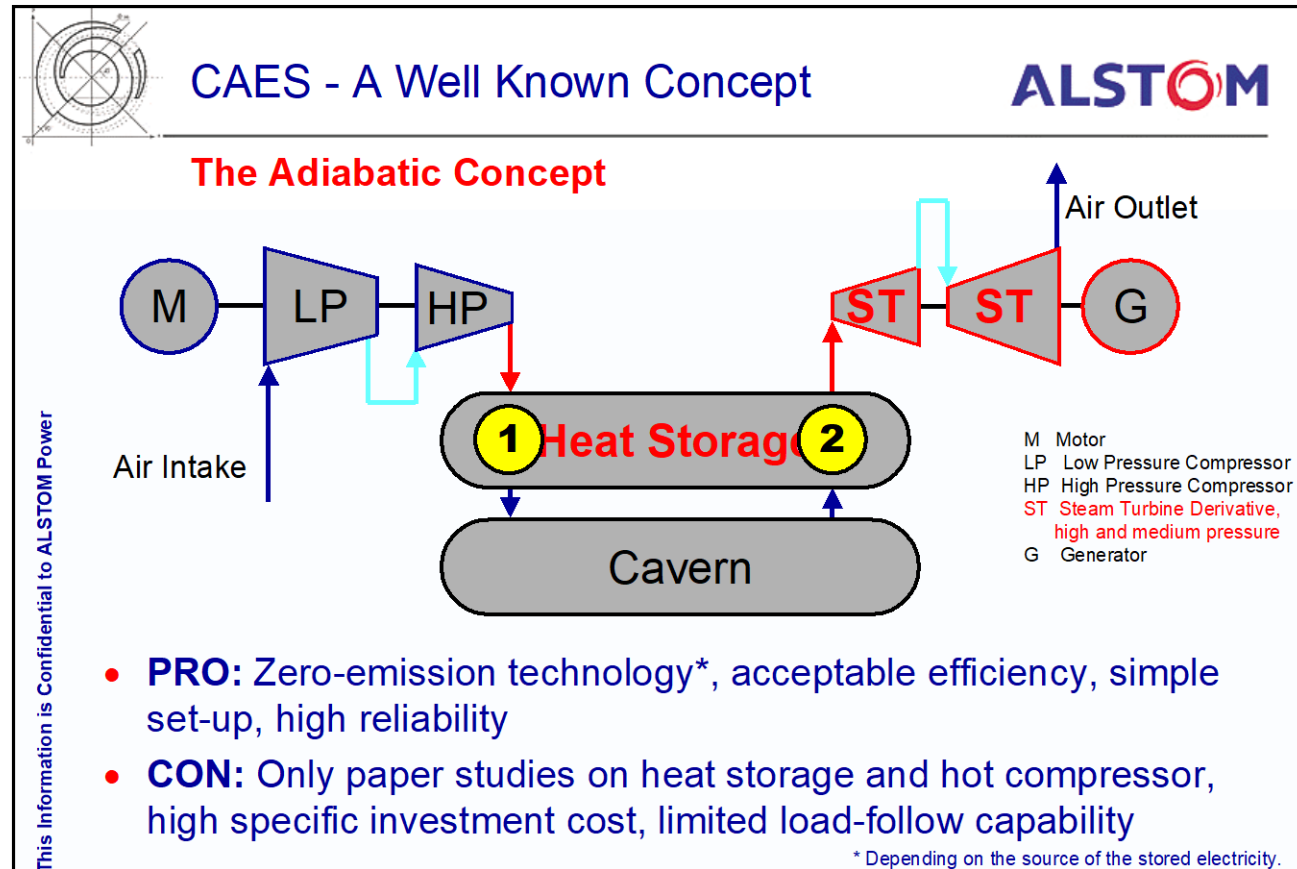
- Die relative Feuchte  $\varphi$  beschreibt nur ungesättigte Systeme ( $\varphi < 1$ ) eindeutig;  $\varphi = 1$  gilt aber für sehr unterschiedliche Werte von  $x$

## 8.4.2 Beispiel für die Relevanz der Poynting-Korrektur

- **Adiabate Luftspeicherkraftwerke** als Beispiel für einen technisch relevanten Problemfall

1:  $\approx 650\text{ °C}$  auf  $\approx 30\text{ °C}$ ,  
 Kondensation  
 bei  $p \approx 100\text{ bar}$

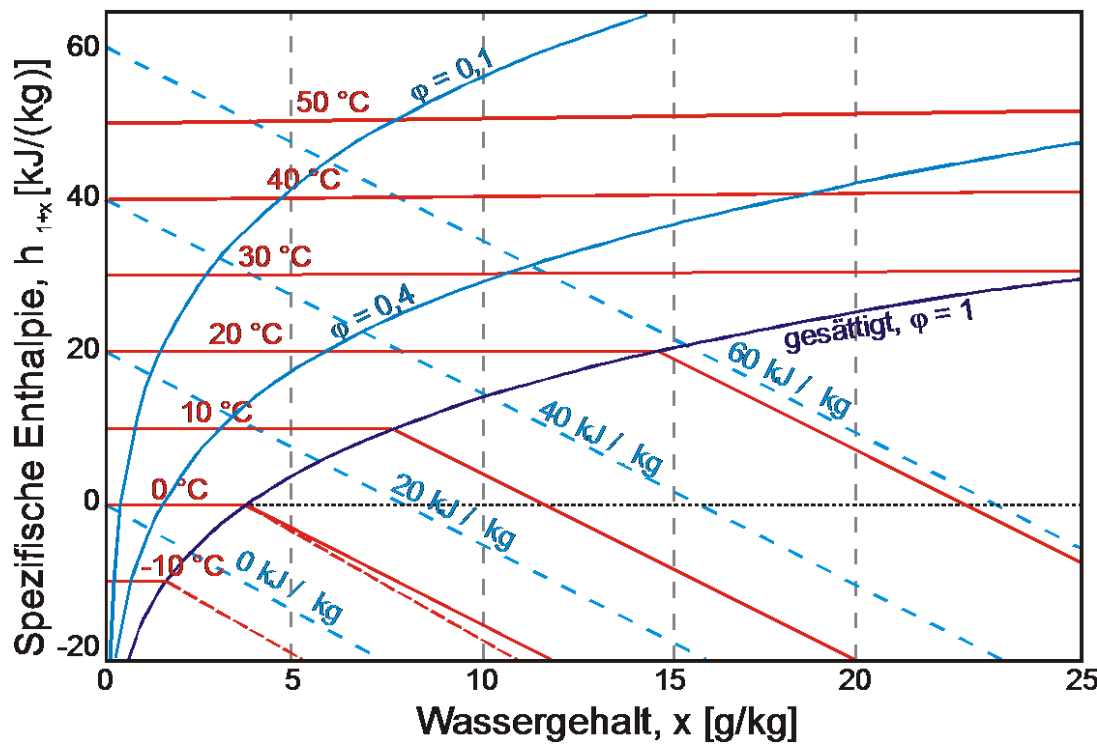
2:  $\approx 30\text{ °C}$  auf  $\approx 650\text{ °C}$ ,  
 Verdampfung  
 bei  $p \approx 100\text{ bar}$



## 8.4.3 $h_{1+x}, x$ -Diagramm

- $h_{1+x}$  und  $x$  sind die Schlüsselgrößen der meisten technischen Anwendungen mit feuchter Luft
- Das  $h_{1+x}, x$ -Diagramm ist das am weitesten verbreitete Arbeitsdiagramm in der Klima- und Trocknungstechnik

Aufbau des  $h_{1+x}, x$ -Diagramms



- Spezifische Enthalpie und Wassergehalt werden auf den Achsen aufgetragen
- Die 0°C-Isotherme verläuft in diesem schiefwinkligen Diagramm im Gasgebiet horizontal

### 8.4.3 $h_{1+x}, x$ -Diagramm

- Die Steigung der anderen Isothermen resultiert im homogenen Gebiet aus der Wärmekapazität des Wassers in der Gasphase
- Die Lage der Sättigungslinie ( $\varphi = 1$ ) ist eine Funktion der Temperatur (und des Drucks); die Diagramme gelten i.d.R. für  $p = 1$  bar bzw. 1 atm

$$p_{D,s} \approx p_{D,o,s} \quad \Leftrightarrow \quad \psi_s \approx \frac{p_{D,o,s}}{p_{ges}} = \frac{p_s(T)}{p_{ges}}$$

- Für die Gasphase gilt

$$x = \frac{m_{H_2O}}{m_L} = \frac{V \rho_{H_2O}}{V \rho_L} = \frac{\frac{p_{H_2O}}{R_{H_2O} T}}{\frac{p_L}{R_L T}} = \frac{R_L}{R_{H_2O}} \cdot \frac{p_{H_2O}}{p_{ges} - p_{H_2O}} \approx \underbrace{0.622}_{\substack{\text{L/H}_2\text{O} \\ \text{spezifisch}}} \cdot \frac{p_{H_2O}}{p_{ges} - p_{H_2O}}$$

L und H<sub>2</sub>O können durch andere Indices ersetzt werden

$$x_s \approx 0.622 \cdot \frac{p_{s,H_2O}(T)}{p_{ges} - p_{s,H_2O}(T)}$$

⇒ Sättigungswassergehalt hängt von  $T$  und  $p_{ges}$  ab

- Linien gleicher relativer Feuchte lassen sich analog berechnen

$$x_\varphi \approx 0.622 \cdot \frac{\varphi \cdot p_{s,H_2O}(T)}{p_{ges} - \varphi \cdot p_{s,H_2O}(T)} \quad (\neq \varphi \cdot x_s)$$

### 8.4.3 $h_{1+x}, x$ -Diagramm

- Im Nebelgebiet verlaufen die Isothermen fast parallel zu den Isenthalpen; kleine Abweichungen ergeben sich aus der Wärmekapazität des flüssigen Wassers
- Bei  $0^\circ\text{C}$  können Wasser- und Eisnebel koexistieren
- Unter  $0^\circ\text{C}$  ergibt sich die Steigung der Nebelisothermen aus der Enthalpie des festen Wassers (Eis)

Schmelzenthalpie von Wasser:  $\Delta h_{\text{Schm}} \approx -333 \text{ kJ/kg}$

Wärmekapazität von Eis:  $c_{p,\text{H}_2\text{O},\text{fest}} \approx 2.05 \text{ kJ/(kg K)}$

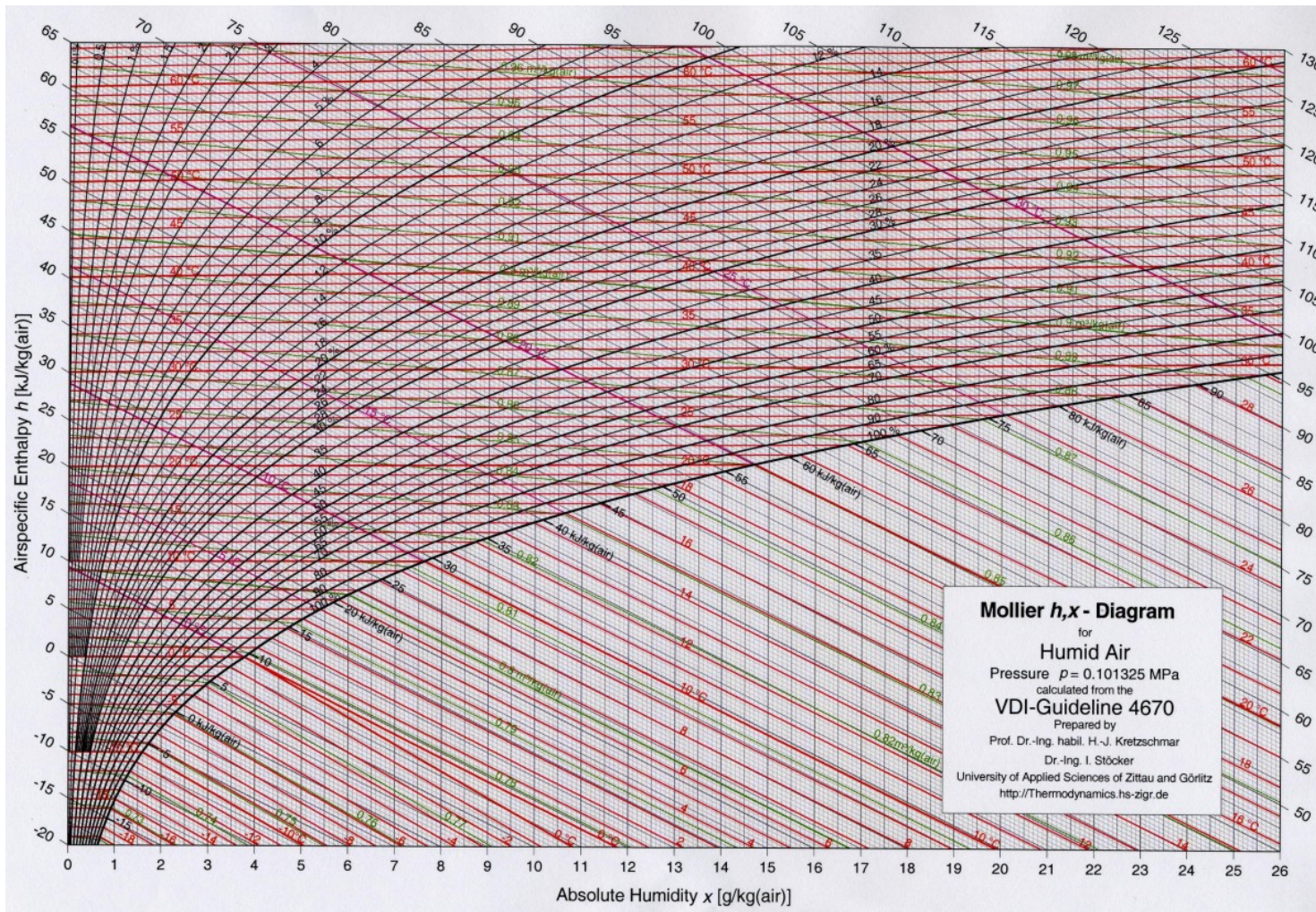
⇒ Bei Bildung von Eisnebel ( $x > x_s$ ,  $t < 0^\circ\text{C}$ ) gilt:

$$h_{1+x} = c_{p,L} \cdot t + x_s (r_o + c_{p,\text{H}_2\text{O},g} \cdot t) + (x - x_s) \cdot (\Delta h_{\text{Schm}} + c_{p,\text{H}_2\text{O},\text{fest}} \cdot t)$$

- Sättigungslinie und Linien  $\varphi = \text{const.}$  können unter  $0^\circ\text{C}$  durchgezogen werden, haben aber bei  $0^\circ\text{C}$  einen Knick (Sublimationsdruck statt Dampfdruck)

## 8.4.3 $h_{1+x}, x$ -Diagramm

- Trotz der Verfügbarkeit von geeigneter Software werden maßstabgerechte  $h_{1+x}, x$ -Diagramme auch heute in der Praxis verwendet



### 8.4.4 Prozesse mit feuchter Luft

- Feuchte Luft dient wieder als Beispiel für eine ideale Gas / Dampf-Mischung  
 ⇒ alle Aussagen lassen sich sinngemäß auf andere Stoffsysteme übertragen
- Die meisten technischen Anwendungen lassen sich auf eine Kombination von Grundoperationen zurückführen

#### Isobare Zu- oder Abfuhr von Wärme

- Zufuhr von  $Q/m_L > 0$  oder Abfuhr von  $Q/m_L < 0$
- Die Denkweise entspräche  $q_{1+x}$ , diese Schreibweise ist für Prozessgrößen aber unüblich
- 1. HS:  $m_L h_{1+x,2} = m_L h_{1+x,1} + Q \quad \Leftrightarrow \quad h_{1+x,2} = h_{1+x,1} + Q/m_L$
- Massenerhaltung:  $m_{L,1} = m_{L,2}, m_{H_2O,1} = m_{H_2O,2} \quad \Leftrightarrow \quad x_1 = x_2$

Aber:  $t_2 \neq t_1$  und  $\varphi = \varphi(t, p) \quad \Leftrightarrow \quad \varphi_2 \neq \varphi_1$

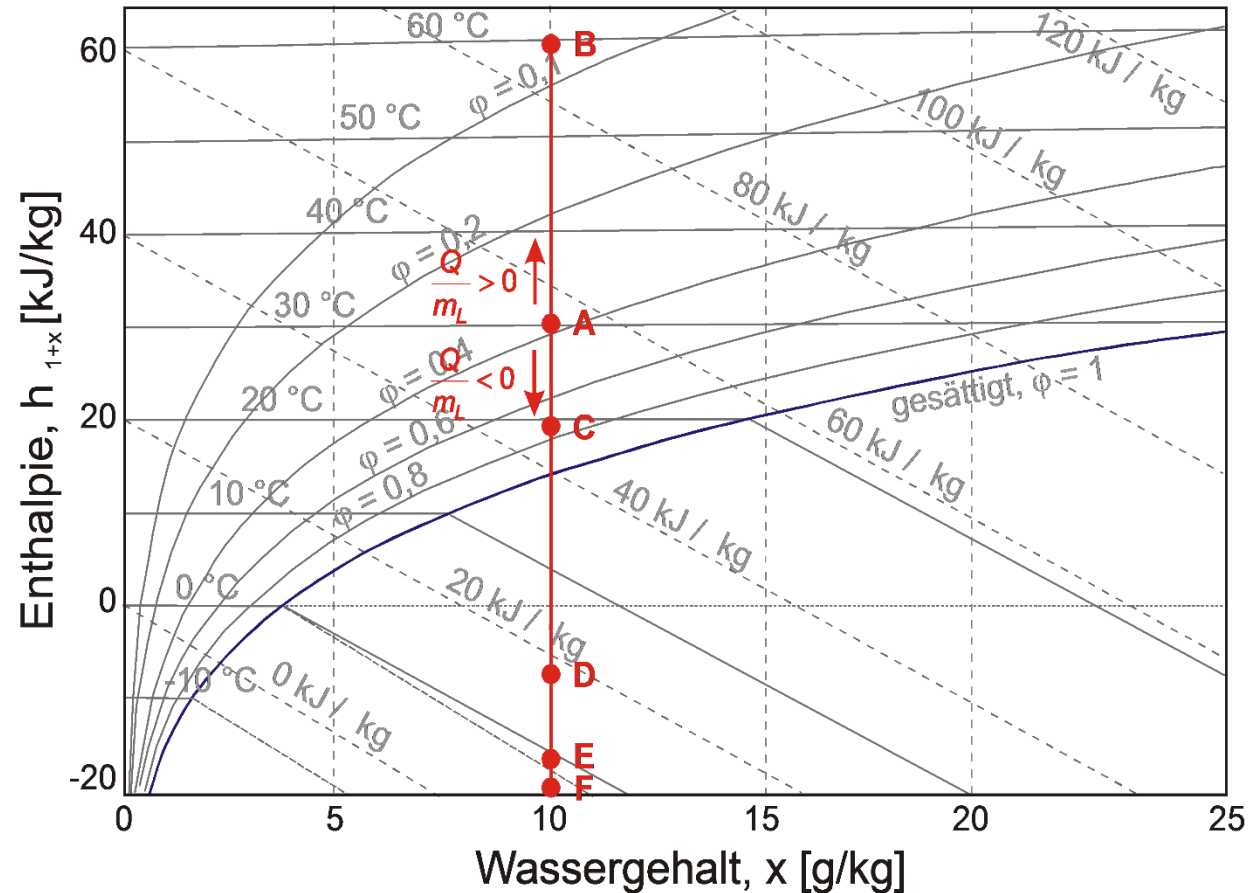
## 8.4.4 Zu- oder Abfuhr von Wärme

- Isobare Zu- oder Abfuhr von Wärme im  $h_{1+x}, x$ -Diagramm
- Beide Zustände homogen

$$h_{1+x,2} = h_{1+x,1} + Q/m_L$$

$$t_2 = t_1 + \frac{Q}{m_L \underbrace{(c_{p,L} + x c_{p,H_2O,g})}_{c_{p,1+x} \text{ Gasphase}}}$$

- Zustand 1 homogen,  
 $Q/m_L > 0 \Rightarrow \varphi_2 < \varphi_1$   
 Zustand 2 auch  
 homogen, (Fall A  $\rightarrow$  B)





### 8.4.4 Zu- oder Abfuhr von Wärme

- Zustand 1 homogen,  $Q/m_L < 0$   
 $\Rightarrow \varphi_2 > \varphi_1$  prüfen, ob  $x < x_s(t_2, p)$  – wenn ja, sind beide Zustände homogen (Fall A  $\rightarrow$  C)

- $x > x_s(t_{2^*}, p) \Rightarrow$  Zustand 2 im Nebelgebiet (Fall A  $\rightarrow$  D)  
 ( $t_{2^*}$  sei die mit „Punkt 2 homogen“ berechnete falsche Temperatur  $t_2$ )

$$\Rightarrow t_2 = \frac{h_{1+x,1} + Q/m_L - x_s(t_2, p)\Delta h^v}{c_{p,L} + x_s(t_2, p)c_{p,H_2O,g} + (x - x_s(t_2, p))c_{p,H_2O,fl}}$$

- $x$  ist konstant, aber  $x_s = f(t_2, p) \Rightarrow t_2$  nur iterativ bestimmbar
- **Zustand 1 im Nebelgebiet** erfordert eine analoge Berechnung;  $h_{1+x,1}$  kann berechnet werden,  $Q/m_L$  kann  $< 0$  oder  $> 0$  sein
- Für  $Q/m_L > 0$  prüfen, ob  $x_s(t_2, p) > x \rightarrow$  wenn ja, ist Zustand 2 homogen (Fall D  $\rightarrow$  A)

$$\Rightarrow t_2 = \frac{h_{1+x,1} + Q/m_L - x\Delta h^v}{c_{p,L} + x c_{p,H_2O,g}}$$

(kann für die Überprüfung verwendet werden)

## 8.4.4 Zu- oder Abfuhr von Wärme

- Zustand 2 im „Dreiphasengebiet“** bei  $t = 0 \text{ °C}$  (Fall A  $\rightarrow$  E)  
 (Überprüfung:  $h_{1+x}$  für Nebel ( $h_{1+x,\text{fl.}}$ ) und Eisnebel ( $h_{1+x,\text{fest}}$ ) bei gegebenem  $x$  und  $0 \text{ °C}$   
 berechnen; für  $h_{1+x,\text{fl.}} > h_{1+x,2} > h_{1+x,\text{fest}}$  liegt der Zustand 2 im Dreiphasengebiet)  
 $\Rightarrow t_2 = 0 \text{ °C}$ ,  $x_{\text{fl.}}$  und  $x_{\text{fest}}$  lassen sich aus  $h_{1+x,2}$  berechnen
- Zustand 2 im „Eisnebelgebiet“** bei  $t < 0 \text{ °C}$  und  $x > x_s(t_2, p)$  (Fall A  $\rightarrow$  F)  
 $\Rightarrow$  Bestimmung von  $t_2$  analog zu „Punkt 2 im Nebelgebiet“ (iterativ) aber mit  
 Rechenvorschrift für Eisnebel
- In manchen Fällen liefert das  $h_{1+x}$ - $x$ -Diagramm schon ausreichend genaue Ergebnisse;  
 in jedem Fall lohnt sich sein Einsatz als Orientierungshilfe

## 8.4.4 Vermischung von zwei Luftströmen

### Isobar adiabate Vermischung von zwei Luftströmen

- Berechnung des Mischungspunkts aus Energie- und Massenerhaltungssatz

$$\dot{m}_{L,M} h_{1+x,M} = \dot{m}_{L,A} h_{1+x,A} + \dot{m}_{L,B} h_{1+x,B}$$

- Massenerhaltung Luft

$$\dot{m}_{L,M} = \dot{m}_{L,A} + \dot{m}_{L,B}$$

$$\Rightarrow h_{1+x,M} = h_{1+x,A} + \frac{\dot{m}_{L,B}}{\dot{m}_{L,A} + \dot{m}_{L,B}} (h_{1+x,B} - h_{1+x,A})$$

- Massenerhaltung Wasser

$$\dot{m}_{L,M} x_M = \dot{m}_{L,A} x_A + \dot{m}_{L,B} x_B$$

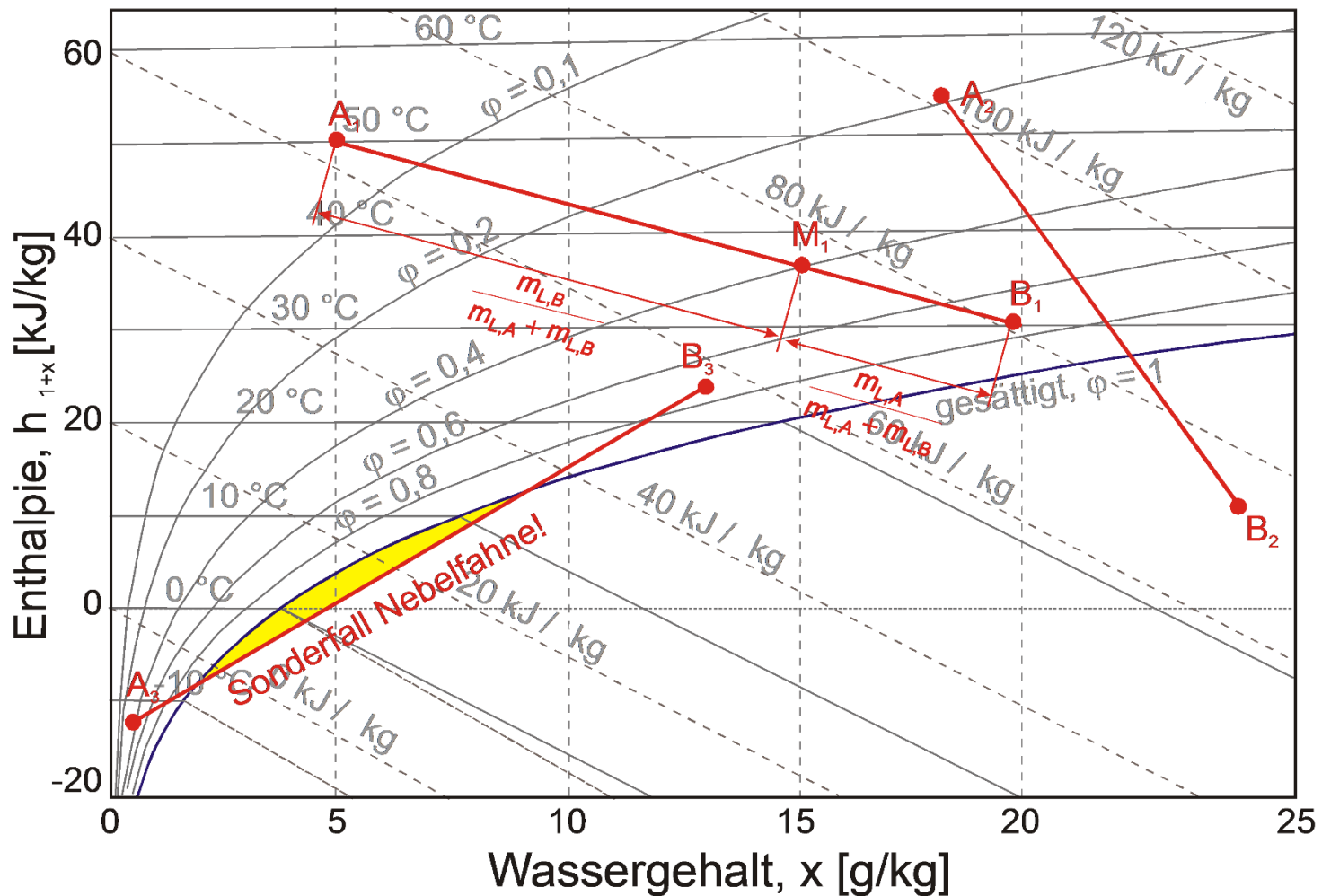
$$\Rightarrow x_M = x_A + \frac{\dot{m}_{L,B}}{\dot{m}_{L,A} + \dot{m}_{L,B}} (x_B - x_A)$$

$\Rightarrow h_{1+x}$  und  $x$  variieren linear mit dem Massenstromverhältnis

- $t_M$  und  $\varphi_M$  folgen aus  $h_{1+x}$  und  $x$  wie zuvor diskutiert

## 8.4.4 Vermischung von zwei Luftströmen

- Darstellung der Vermischung erfolgt im  $h_{1+x}$ ,  $x$ -Diagramm als Mischungsgerade



## 8.4.4 Zumischung von Wasser

Zustand A	Zustand B	Mischungszustand M
- einphasig	- einphasig	- einphasig (Fall 1) - <b>Nebelgebiet (Fall 3)</b> - Dreiphasengebiet - Eisnebelgebiet
- einphasig - Nebelgebiet - Nebelgebiet	- Nebelgebiet - Nebelgebiet - Eisnebelgebiet	- s.o. (Fall 2) - Nebelgebiet - Nebelgebiet - Dreiphasengebiet - Eisnebelgebiet

- **Sonderfall:** Zumischung von reinem Wasser
  - Bei reinem Wasser wird  $m_L = 0 \Rightarrow x \rightarrow \infty$
- $\Rightarrow$  Darstellung im  $h_{1+x}, x$ -Diagramm nicht ohne weiteres möglich

## 8.4.4 Zumischung von Wasser

- Rechnerische Behandlung

$$1. \text{ HS: } \dot{m}_L h_{1+x,M} = \dot{m}_L h_{1+x,A} + \dot{m}_{\text{H}_2\text{O},B} h_{\text{H}_2\text{O},B}$$

$$\Leftrightarrow h_{1+x,M} = h_{1+x,A} + \frac{\dot{m}_{\text{H}_2\text{O},B}}{\dot{m}_{L,A}} h_{\text{H}_2\text{O},B}$$

**(Nullpunkt der Enthalpie von Wasser entspricht dem der feuchten Luft)**

- Massenerhaltung Wasser

$$\dot{m}_{L,M} x_M = \dot{m}_{L,A} x_A + \dot{m}_{\text{H}_2\text{O},B}$$

$$\Leftrightarrow x_M = x_A + \frac{\dot{m}_{\text{H}_2\text{O},B}}{\dot{m}_{L,A}}$$

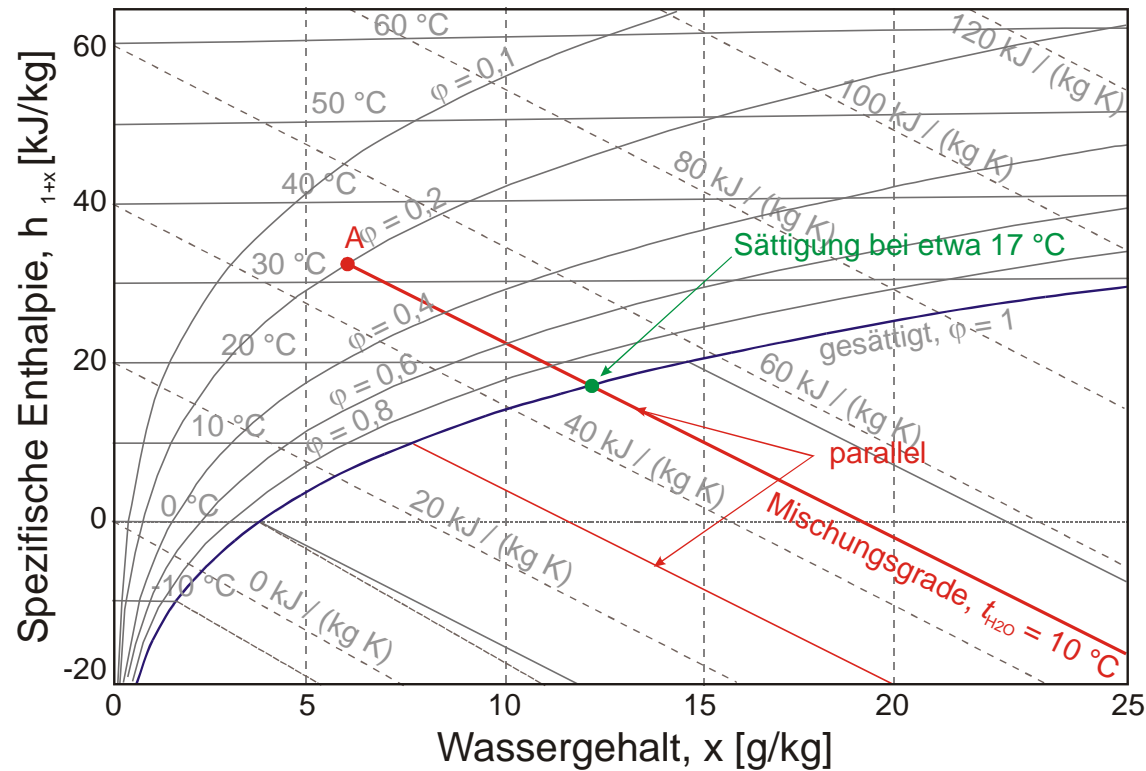
- $t_M$  und  $\phi_M$  folgen aus  $h_{1+x,M}$  und  $x_M$  wie zuvor diskutiert
- Darstellung im  $h_{1+x}, x$ -Diagramm

$$h_{1+x,M} = h_{1+x,A} + \frac{\dot{m}_{\text{H}_2\text{O},B}}{\dot{m}_{L,A}} h_{\text{H}_2\text{O},B} = h_{1+x,A} + \Delta x h_{\text{H}_2\text{O},B}$$

## 8.4.4 Zumischung von Wasser

⇒ Für flüssiges Wasser: 
$$h_{1+x,M} = h_{1+x,A} + \underbrace{\Delta x c_{p,H_2O,fl.}}_{\text{Steigung der Nebelisotheimer bei } t_B} \cdot t_B$$

⇒ Zustandsänderung erfolgt parallel zur Nebelisotheimer bei der Temperatur  $t_B$  des zugemischten Wassers



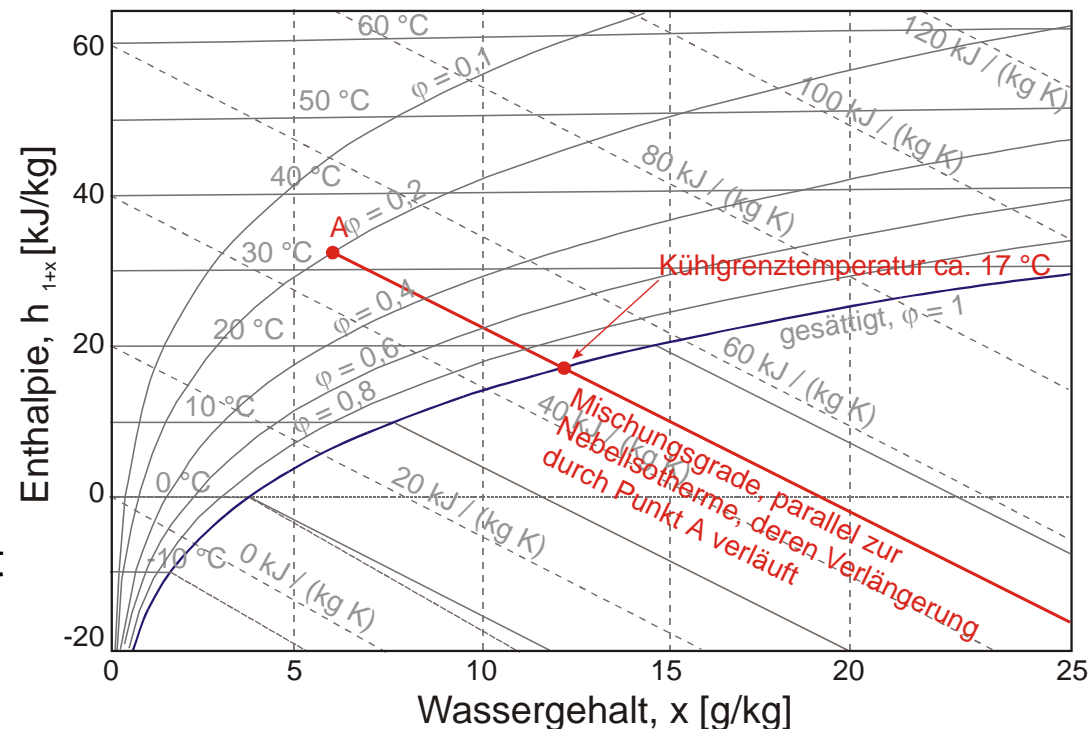
## 8.4.4 Zumischung von Wasser

### Verdunstungskühlung / Kühlgrenztemperatur

- Bei der Aufnahme von flüssigem Wasser (Verdunstung, siehe Skizze) kühlt sich die feuchte Luft ab
- Streicht feuchte Luft ausreichend lange über flüssiges Wasser, nehmen Luft und Wasser eine Gleichgewichtstemperatur an, die der Temperatur der gesättigten feuchten Luft entspricht

⇒ Energetisch günstige Möglichkeit zur Klimatisierung in trockenen Regionen

- Berechnung erfordert iterative Lösung (Vermischung mit Wasser der Temperatur  $t_M$  bis zur Konzentration  $x_s(t_M)$ )
- Darstellung im  $h_{1+x}$ ,  $x$ -Diagramm ist einfach



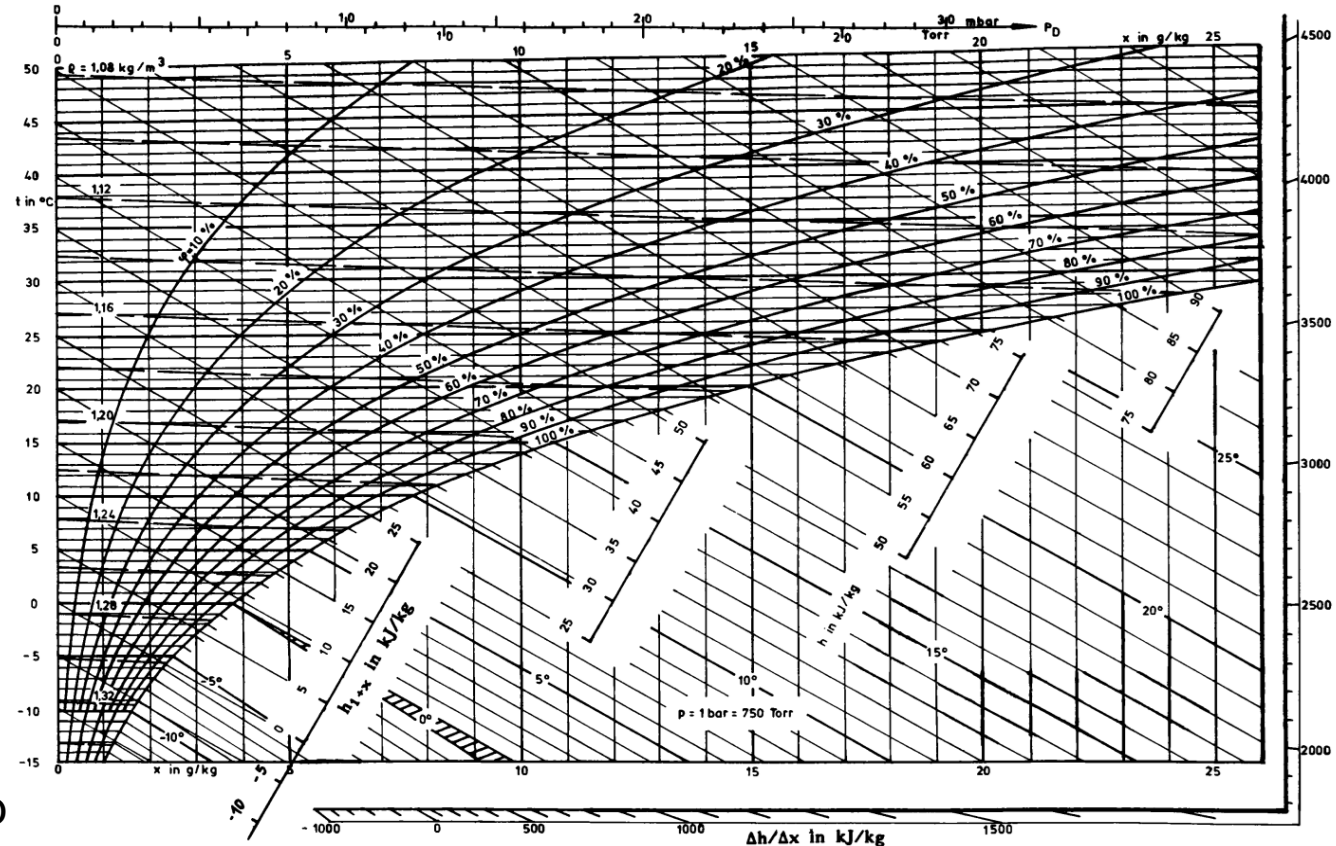


## 8.4.4 Zumischung von Wasser

- In einfachen  $h_{1+x}, x$ -Diagrammen kann eine Vermischung mit (teilweise) gasförmigem Wasser nicht dargestellt werden

### Besonderheit

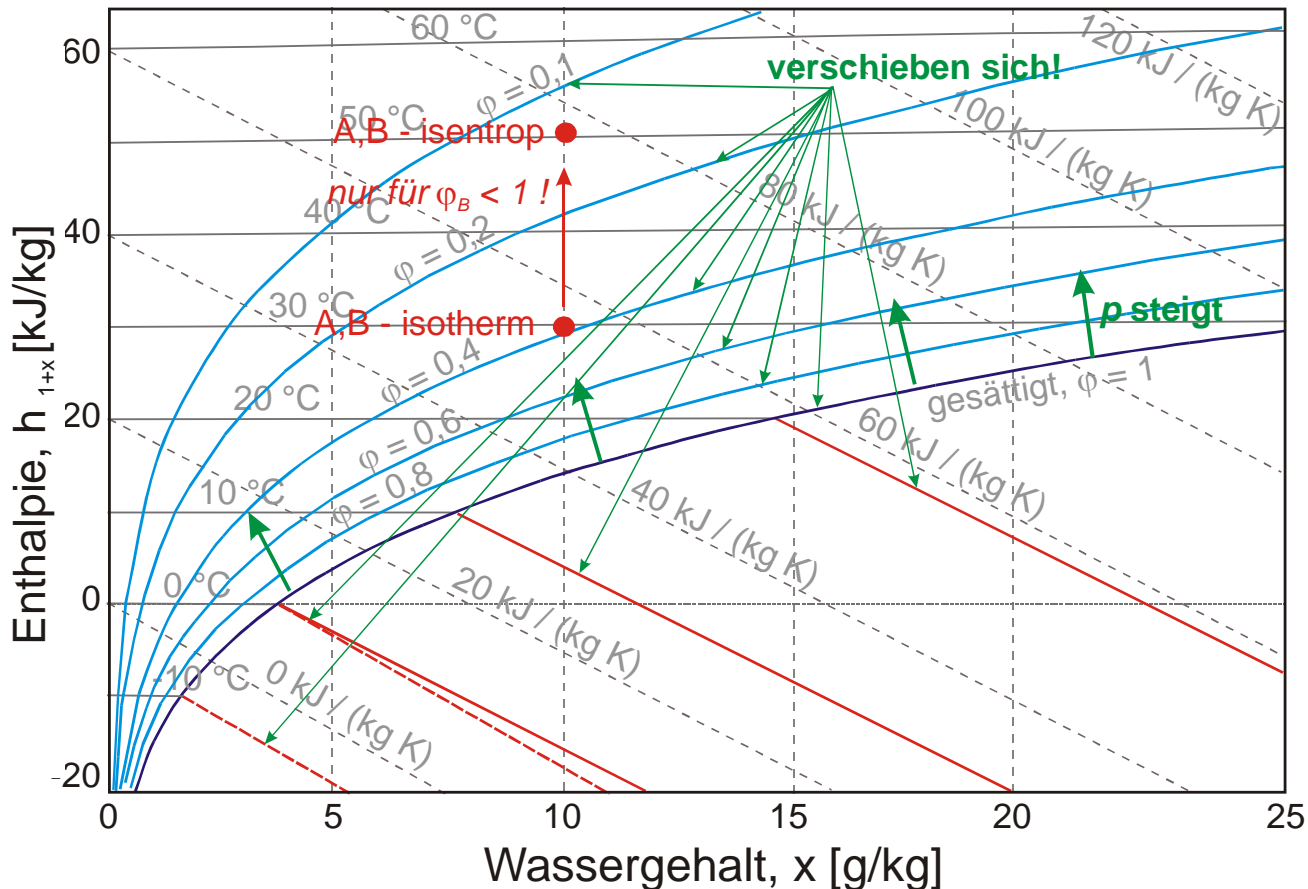
- $h_{1+x}, x$ -Diagramme mit „Randmaßstab“
- „Pol“ in diesem Fall bei  $x = 0, t = 0 \text{ } ^\circ\text{C}$
- Zustandsänderung ist parallel zur Verbindungslinie von Pol und Enthalpie des zugeführten Wassers auf dem Randmaßstab



## 8.4.4 Kompression feuchter Luft

### Kompression feuchter Luft

- $h_{1+x}, x$ -Diagramme gelten jeweils für einen Druck, die Kompression lässt sich nicht wirklich darstellen, die Effekte lassen sich aber verstehen



## 8.4.4 Kompression feuchter Luft

**Isotherme Kompression** (zugeführte Arbeit wird als Wärme abgeführt)

- Beide Zustände sind im  $h_{1+x}, x$ -Diagramm an der gleichen Stelle
- Sättigungslinie verschiebt sich mit  $p$ 

$$\left( x_s \approx 0.622 \cdot \frac{p_{s,H_2O}(T)}{p - p_{s,H_2O}(T)} \right)$$
- Kommt es zur Kondensation von Wasser, werden die Zusammenhänge komplizierter; meist gilt  $t = \text{const.}$  als Näherung genauer als  $w_{t12} = -q_{12}$  (würde bei einsetzender Kondensation zur Erwärmung der komprimierten Luft führen)

**Isentrope Kompression** (reversibel adiabater Prozess)

- Für die isentrope Kompression idealer Gase gilt

$$p \cdot v^\kappa = \text{const.} \quad \text{mit} \quad \kappa^o = \frac{c_p^o}{c_v^o} = \frac{c_p^o}{c_p^o - R}$$

- Für feuchte Luft gilt analog

$$p \cdot v_{1+x}^\kappa = \text{const.} \quad \text{mit} \quad \kappa^o = \frac{c_{p,L}^o + x c_{p,H_2O}^o}{c_{p,L}^o + x c_{p,H_2O}^o - R_L - x R_{H_2O}}$$

## 8.4.5 Beispiel: Klimaanlage

I.d.R. sorgt die Erwärmung bei der Kompression dafür, dass kein Wasser auskondensiert

In der Klimaanlage wird Luft mit folgenden Teilprozessen konditioniert:

1. Vermischung von Abluft mit Umgebungsluft
  2. Ggf. Trocknung der Luftmischung durch Abkühlung (Kondensation von Wasser am Verdampfer einer Kältemaschine)
  3. Beheizung der Luftmischung auf Wunschtemperatur
  4. Vermischung der aufbereiteten Luft mit Raumluft
- ⇒ Der Gesamtprozess setzt sich aus den zuvor behandelten Grundprozessen zusammen



## 8.4.5 Beispiel: Kühlturm

Bei der Auslegung eines Kühlturms sind i.d.R. gegeben

1. der Zustand des oben zugeführten heißen Wassers
2. der Zustand der unten zugeführten Umgebungsluft



- Im Idealfall kann das Wasser bis auf die Kühlgrenztemperatur abgekühlt werden
- Die Luft verlässt den Kühlturm im Idealfall gesättigt und im Gleichgewicht mit dem zugeführten heißen Wasser
- ⇒ Idealisiert lassen sich Eintritts- und Austrittszustände sowie der notwendige Massenstrom Luft berechnen
- Es handelt sich um ein kombiniertes Wärme- und Stoffübertragungsproblem
- ⇒ Auslegung eines Kühlturms ist allein mit den hier erarbeiteten Grundlagen nicht möglich